

Galileo

Mauro Saita

e-mail: maurosaita@tiscalinet.it

Versione provvisoria, marzo 2013.

Indice

1 Galileo e la legge d'inerzia	1
1.1 Principio di relatività galileiana	3

Per approfondimenti vedere *George Pólya, Mathematical Methods in Science, Ed. Mathematical Association of America, 1977.*

1 Galileo e la legge d'inerzia

Si consideri il seguente

Problema 1.1. *Un corpo si trova nel punto A ad altezza h rispetto al piano di terra. Esso inizia a scendere lungo il piano inclinato, giunge al suolo nel punto O e risale lungo un secondo piano inclinato riducendo progressivamente la sua velocità. In assenza di attriti, qual è l'altezza raggiunta dall'oggetto nell'istante in cui si ferma?*

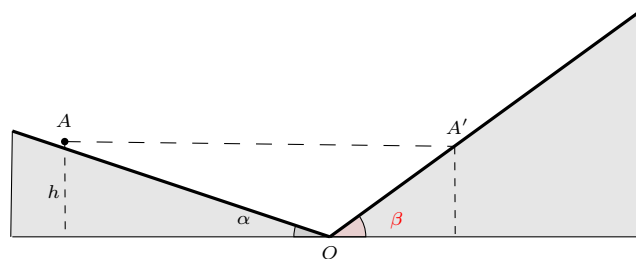


Figura 1: I piani inclinati formano angoli rispetto all'orizzontale diversi tra loro. L'esperimento descritto è un esperimento ideale, per renderlo reale bisognerebbe eliminare gli attriti e lo spigolo in O .

Galileo sapeva che l'oggetto avrebbe raggiunto il suolo (in O) con velocità $v_0 = \sqrt{2gh}$ e che sarebbe risalito lungo il secondo piano inclinato fino a raggiungere il punto A' posto anch'esso ad altezza h rispetto al piano di terra. Ovviamente, dopo un certo intervallo di tempo il corpo ritorna in A e dopo lo stesso intervallo di tempo è di nuovo in A' e così via. In altre parole il corpo continua ad oscillare tra il punto A a A' : si tratta pertanto di un *moto perpetuo* (la dimostrazione del fatto che l'oggetto risale lungo il secondo piano inclinato fino a raggiungere la quota h è lasciata per esercizio).

Si supponga ora di diminuire l'inclinazione del secondo piano inclinato. *Se l'angolo β è molto piccolo come varia la velocità del corpo dopo che ha raggiunto il punto O ?*

⁰Nome file: 'legge-di-inerzia-2012.tex'

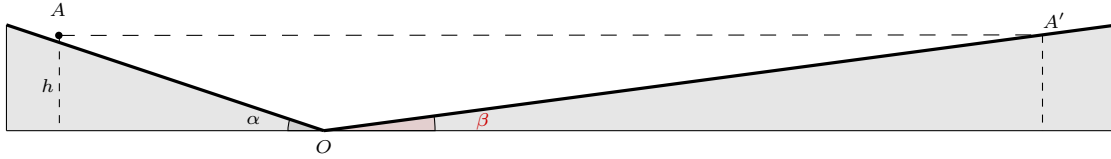


Figura 2: In questo caso l'angolo β è molto piccolo.

Il corpo, giunge in O con velocità $v_0 = \sqrt{2gh}$ e perde velocità molto lentamente; di conseguenza trascorre molto tempo (e percorre molti chilometri) prima che esso raggiunga di nuovo la quota h . Questo fatto si può dedurre dalle leggi del moto di Galileo nel modo seguente: quando il corpo si muove lungo il secondo piano inclinato la sua legge della velocità è

$$v = v_0 - g(\sin \beta)t \quad (1.1)$$

Per determinare dopo quanto tempo il corpo si fermerà (ovvero dopo quanto tempo raggiungerà la quota h) basta porre $v = 0$ in (1.1) e ricavare t

$$t = \frac{v_0}{g \sin \beta} \quad (1.2)$$

Poichè $\beta \approx 0$ anche $\sin \beta \approx 0$ e di conseguenza il tempo t è un numero molto grande (e molto grande sarà lo spazio percorso).

Infine un'ultima domanda: *qual è la velocità del corpo quando il secondo piano inclinato è orizzontale, cioè quando β è nullo?*

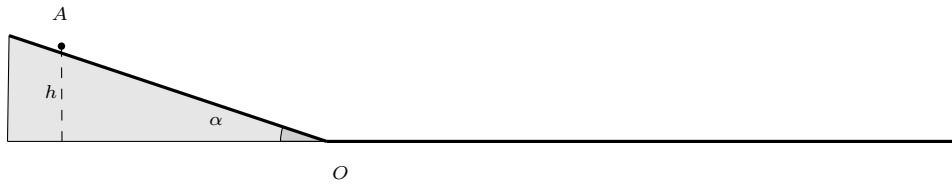


Figura 3: Il corpo, inizialmente in A , scende lungo il piano inclinato e prosegue il suo moto lungo il piano orizzontale.

Il corpo giunge in O ancora una volta con velocità $v_0 = \sqrt{2gh}$ e prosegue il suo moto *senza* diminuire la sua velocità. Infatti da (1.1)

$$v_0 - v = g(\sin \beta)t \quad (1.3)$$

Ora, se $\beta \rightarrow 0$ anche $\sin \beta \rightarrow 0$ e quindi $v_0 - v \rightarrow 0$. Non essendoci variazione di velocità il corpo si muove di moto rettilineo con velocità costante. Gli esperimenti e le considerazioni teoriche descritte sopra permisero a Galileo di formulare il seguente principio

Principio d'inerzia. *Un corpo persevera nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme finchè non interviene una forza esterna a modificarne il suo stato di moto.*

1.1 Principio di relatività galileiana

Si consideri la seguente situazione: un oggetto è stato posto sul sedile di un treno che sta viaggiando con velocità uniforme.

Qual è il moto dell'oggetto?

Ovviamente le risposte possibili sono molte: se si osserva l'oggetto da un sistema di riferimento che è solidale con il treno si dirà che esso è in quiete, se il sistema di riferimento è solidale con i binari del treno si affermerà che l'oggetto si muove di moto rettilineo uniforme (la velocità dell'oggetto coincide con quella del treno), se invece il sistema di riferimento è solidale con il sole il moto dell'oggetto sarà dato dalla composizione di tre moti indipendenti: il moto del treno, il moto di rivoluzione della terra attorno al sole e il moto di rotazione della terra attorno al proprio asse. Allora, qual è il moto dell'oggetto? Qualunque sia la risposta essa presuppone la scelta di un *osservatore*, in altre parole

*per descrivere il moto di un oggetto occorre fissare
preventivamente un sistema di riferimento.*

Lo stato di quiete o lo stato di moto di un oggetto è sempre relativo a un ben determinato sistema di riferimento, diciamo \mathcal{S} . Solo dopo aver fissato \mathcal{S} è possibile individuare la “posizione” dell'oggetto nello spazio e poi studiare come tale posizione varia nel tempo.

A questo punto è lecito chiedersi se tra tutti i sistemi di riferimento ne esiste uno che, a buon titolo, sia da considerarsi privilegiato rispetto agli altri. Insomma, esiste un sistema di riferimento *naturale* rispetto al quale compiere le nostre analisi? La risposta a questa domanda è contenuta nel principio d'inerzia che può essere riformulato nel seguente modo:

se la risultante delle forze esterne agenti su un oggetto è zero allora esistono sistemi di riferimento rispetto ai quali l'oggetto appare in quiete o si muove di moto rettilineo uniforme.

I sistemi di riferimento rispetto ai quali risulta valido il principio d'inerzia si chiamano *sistemi inerziali*. Il principio d'inerzia stabilisce dunque l'esistenza di infiniti sistemi di riferimento inerziali¹ (tutti quelli che escludono moti non uniformi senza una causa esterna).

Le leggi del moto dei corpi sono le stesse in qualunque sistema di riferimento inerziale. L'impossibilità di distinguere un sistema di riferimento inerziale da un altro mediante un esperimento costituisce l'essenza del *principio di relatività galileiana*. Esso rappresenta una delle più importanti leggi della fisica.

¹Se \mathcal{S} è un sistema di riferimento inerziale allora ogni altro sistema di riferimento \mathcal{S}' che si muova rispetto a \mathcal{S} di moto rettilineo uniforme è anch'esso un sistema di riferimento inerziale.