IIS CREMONA

Liceo Scientifico Statale "Luigi Cremona" (Milano).

Classe: 2E. Docente: Mauro Saita. Data: ____________

VERIFICA DI MATEMATICA.

Numeri irrazionali. Regole di calcolo con i radicali

Cognome:	**Nome:**

Scrivere le risposte di ogni quesito nei box di colore grigio e riportare i procedimenti sul foglio protocollo. [1]

1. Razionalizzare l'espressione contenente radicali: $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

2. Semplificare l'espressione contenente radicali: $\dfrac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[6]{6+2\sqrt{5}}\cdot\sqrt[3]{\sqrt{5}-1}}+\dfrac{\sqrt[3]{4}}{2}$

3. Dimostrare che $\sqrt{7}$ è irrazionale.

Dimostrazione.

[1] File tex: verifica02_radicali_2E_2023.tex

4. Dimostrare la seguente proposizione:

se x è un numero irrazionale e y un numero razionale, $y \neq 0$ allora xy è irrazionale.

Dimostrazione.

5. Trovare, se esistono, le soluzioni delle seguenti equazioni nel campo $\mathbb{R}$ dei numeri reali

(a) $$\frac{\sqrt{2}\,x - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{x+1}{2}$$

(b) $$\frac{2x-1}{\sqrt{3}-1} - \frac{3\sqrt{3}\,x}{2} = \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

(c) $$\frac{4x}{\sqrt{3}\,x - 3} + \frac{2\sqrt{3}\,x - 4}{x^2 - 2\sqrt{3}\,x + 3} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

IIS CREMONA

Liceo Scientifico Statale “Luigi Cremona” (Milano).

Classe: 2E. Docente: Mauro Saita. Data: ____________

VERIFICA DI MATEMATICA.

Numeri irrazionali. Regole di calcolo con i radicali

Cognome:	**Nome:**

Scrivere le risposte di ogni quesito nei box di colore grigio e riportare i procedimenti sul foglio protocollo. [2]

1. Razionalizzare l'espressione contenente radicali: $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

$\frac{7-2\sqrt{10}}{3}$

2. Semplificare l'espressione contenente radicali: $\dfrac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[6]{6+2\sqrt{5}}\cdot\sqrt[3]{\sqrt{5}-1}}+\dfrac{\sqrt[3]{4}}{2}$

$\sqrt[3]{4}$

3. Dimostrare che $\sqrt{7}$ è irrazionale.

Dimostrazione (cenni).

Si supponga per assurdo che $\sqrt{7}=\frac{m}{n}$, con $M.C.D.(m,n)=1$. Elevando al quadrato si ottiene:

$$m^2 = 7n^2$$

Nella scomposizione in fattore primi di m^2 il numero primo 7 compare un numero pari di volte, mentre in quella di $7n^2$ compare un numero dispari di volte. Ciò è assurdo perché la fattorizzazione in numeri primi di un numero è unica (a meno dell'ordine).

[2]File tex: verifica02_radicali_2E_2023.tex

4. Dimostrare la seguente proposizione:

se x è un numero irrazionale e y un numero razionale, $y \neq 0$ allora xy è irrazionale.

Dimostrazione.

Si supponga, per assurdo, che

$$xy = q \in \mathbb{Q} \tag{0.1}$$

L'inverso y^{-1} di y sta in $\mathbb{Q}$ perché $\mathbb{Q}$ è un campo e $y \neq 0$. Da (0.1) si ottiene:

$$\begin{aligned} xyy^{-1} &= qy^{-1} \\ x &= qy^{-1} \in \mathbb{Q} \end{aligned}$$

Ciò è assurdo perchè x è irrazionale, per ipotesi.

5. Trovare, se esistono, le soluzioni delle seguenti equazioni nel campo $\mathbb{R}$ dei numeri reali

(a) $$\frac{\sqrt{2}\,x - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{x+1}{2}$$

$x = -(4\sqrt{6} + 11)$

(b) $$\frac{2x-1}{\sqrt{3}-1} - \frac{3\sqrt{3}\,x}{2} = \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

$x = 3(\sqrt{3} + 1)$

(c) $$\frac{4x}{\sqrt{3}\,x - 3} + \frac{2\sqrt{3}\,x - 4}{x^2 - 2\sqrt{3}\,x + 3} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$x = 2(\sqrt{3} - 1)$