
IIS CREMONA

Liceo Scientifico Statale “Luigi Cremona” (Milano).

Classe: 2E. Docente: Mauro Saita. Data: _____

VERIFICA DI MATEMATICA.

Numeri irrazionali. Regole di calcolo con i radicali

Cognome:	Nome:
----------	-------

Scrivere le risposte di ogni quesito nei box di colore grigio e riportare i procedimenti sul foglio protocollo.¹

1. Razionalizzare l'espressione contenente radicali: $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$

2. Semplificare l'espressione contenente radicali: $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[6]{6 + 2\sqrt{5}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{5} - 1}} + \frac{\sqrt[3]{4}}{2}$

3. Dimostrare che $\sqrt{7}$ è irrazionale.

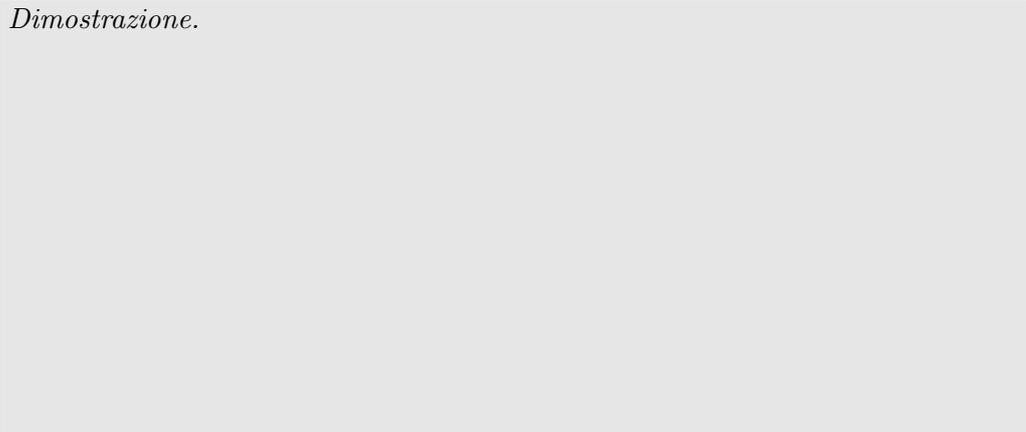
Dimostrazione.

¹File tex: verifica02_radicali_2E_2023.tex

4. Dimostrare la seguente proposizione:

se x è un numero irrazionale e y un numero razionale, $y \neq 0$ allora xy è irrazionale.

Dimostrazione.



5. Trovare, se esistono, le soluzioni delle seguenti equazioni nel campo \mathbb{R} dei numeri reali

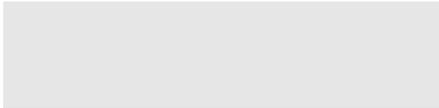
(a)
$$\frac{\sqrt{2}x - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{x + 1}{2}$$



(b)
$$\frac{2x - 1}{\sqrt{3} - 1} - \frac{3\sqrt{3}x}{2} = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$$



(c)
$$\frac{4x}{\sqrt{3}x - 3} + \frac{2\sqrt{3}x - 4}{x^2 - 2\sqrt{3}x + 3} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$



VERIFICA DI MATEMATICA.

Numeri irrazionali. Regole di calcolo con i radicali

Cognome:	Nome:
----------	-------

Scrivere le risposte di ogni quesito nei box di colore grigio e riportare i procedimenti sul foglio protocollo.²

1. Razionalizzare l'espressione contenente radicali: $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$

$$\frac{7-2\sqrt{10}}{3}$$

2. Semplificare l'espressione contenente radicali: $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[6]{6+2\sqrt{5}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{5}-1}} + \frac{\sqrt[3]{4}}{2}$

$$\sqrt[3]{4}$$

3. Dimostrare che $\sqrt{7}$ è irrazionale.

Dimostrazione (cenni).

Si supponga per assurdo che $\sqrt{7} = \frac{m}{n}$, con $M.C.D.(m, n) = 1$.
Elevando al quadrato si ottiene:

$$m^2 = 7n^2$$

Nella scomposizione in fattore primi di m^2 il numero primo 7 compare un numero pari di volte, mentre in quella di $7n^2$ compare un numero dispari di volte. Ciò è assurdo perché la fattorizzazione in numeri primi di un numero è unica (a meno dell'ordine).

²File tex: verifica02_radicali_2E_2023.tex

4. Dimostrare la seguente proposizione:

se x è un numero irrazionale e y un numero razionale, $y \neq 0$ allora xy è irrazionale.

Dimostrazione.

Si supponga, per assurdo, che

$$xy = q \in \mathbb{Q} \quad (0.1)$$

L'inverso y^{-1} di y sta in \mathbb{Q} perché \mathbb{Q} è un campo e $y \neq 0$. Da (0.1) si ottiene:

$$\begin{aligned} xyy^{-1} &= qy^{-1} \\ x &= qy^{-1} \in \mathbb{Q} \end{aligned}$$

Ciò è assurdo perchè x è irrazionale, per ipotesi.

5. Trovare, se esistono, le soluzioni delle seguenti equazioni nel campo \mathbb{R} dei numeri reali

(a) $\frac{\sqrt{2}x - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{x + 1}{2}$

$$x = -(4\sqrt{6} + 11)$$

(b) $\frac{2x - 1}{\sqrt{3} - 1} - \frac{3\sqrt{3}x}{2} = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$

$$x = 3(\sqrt{3} + 1)$$

(c) $\frac{4x}{\sqrt{3}x - 3} + \frac{2\sqrt{3}x - 4}{x^2 - 2\sqrt{3}x + 3} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

$$x = 2(\sqrt{3} - 1)$$