

Esercizi di dinamica.

Mauro Saita

e-mail: maurosaita@tiscalinet.it

Novembre 2015.

Indice

1	Macchina di Atwood (1784)	1
2	Esercizi	2

1 Macchina di Atwood (1784)

Esercizio 1.1. Due masse m_1 , m_2 sono collegate mediante una fune che passa sopra una puleggia (priva di attriti). Nell'ipotesi che $m_1 > m_2$ si determini la tensione \mathbf{T} della fune e l'accelerazione \mathbf{a} delle due masse.

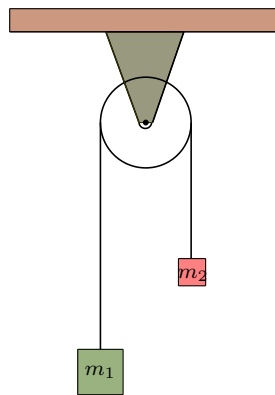


Figura 1 La macchina di Atwood è costituita da due masse sospese a una puleggia per mezzo di una fune.

Soluzione. I due oggetti di massa m_1 , m_2 si muovono verticalmente, il primo verso il basso, il secondo verso l'alto. Il diagramma delle forze esterne agenti su m_1 e m_2 è mostrato in figura 2

⁰Nome file: dinamica_esercizi_2015.tex

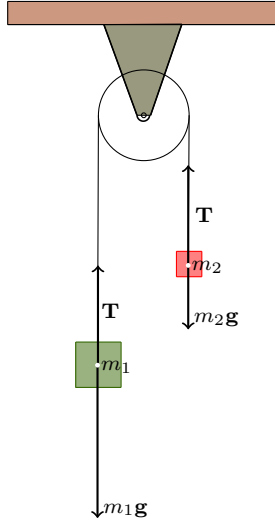


Figura 2 Diagramma delle forze esterne agenti sull'oggetto di massa m_1 e su quello di massa m_2 .

Se si assume come *positiva* l'accelerazione diretta verso l'*alto*, l'equazione del moto per m_1 è

$$T - m_1g = -m_1a \quad (1.1)$$

mentre quella per m_2 è

$$T - m_2g = m_2a \quad (1.2)$$

Le uniche incognite nelle uguaglianze (1.1) e (1.2) sono la tensione T e l'accelerazione a , pertanto con facili conti si ottiene

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}g \quad (1.3)$$

$$T = \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2}g \quad (1.4)$$

Esercizio 1.2. Si supponga che nella macchina di Atwood descritta in figura 1 sia $m_1 = m_2$. Qual è l'intensità della tensione \mathbf{T} del filo? Qual è l'accelerazione delle due masse?

Esercizio 1.3. Nella macchina di Atwood descritta in figura 1 si pone $m_1 = 2,0$ kg e $m_2 = 1,0$ kg. Determinare la tensione \mathbf{T} del filo e l'accelerazione delle due masse. L'intensità di \mathbf{T} è un valore compreso tra m_2g e m_1g . Perché? Spiegare.

2 Esercizi

Esercizio 2.1. Tre blocchi vengono posti su un piano orizzontale e collegati tra loro tramite funi. Essi sono tirati verso destra da una forza \mathbf{F} la cui intensità è pari a 60 N (si veda la figura 3). Se $m_1 = 10$ Kg, $m_2 = 20$ Kg, $m_3 = 30$ Kg determinare le tensioni delle tre funi (si suppongano trascurabili gli attriti tra i blocchi e il piano orizzontale).

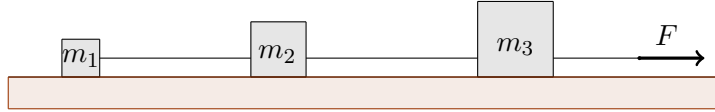


Figura 3 Le tre masse poggiano su un piano orizzontale privo di attriti e sono collegate da funi.

[Risposta: L'intensità della fune tra m_1 e m_2 è $T_1 = 10\text{ N}$, quella tra m_2 e m_3 è $T_2 = 30\text{ N}$].

Esercizio 2.2. *Un oggetto di massa 18 kg viene trascinato lungo un piano orizzontale mediante una fune. La fune forma un angolo di 45° con l'orizzontale mentre il coefficiente di attrito dinamico è $\mu_d = 0,38$. Nell'ipotesi che la velocità dell'oggetto sia uniforme si determini*

1. la forza esercitata dal piano orizzontale sull'oggetto;
2. la tensione della fune.

Soluzione. Il diagramma delle forze agenti sull'oggetto è riportato in figura

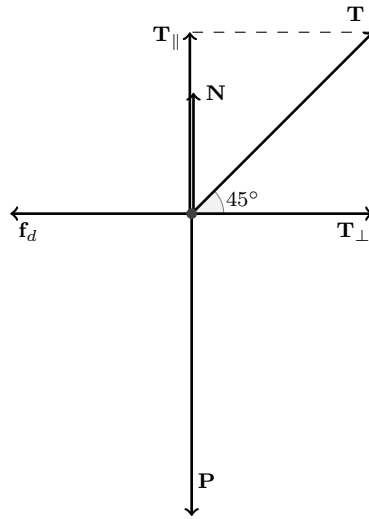


Figura 4 \mathbf{T} è la tensione della fune, \mathbf{N} la forza esercitata dal piano orizzontale sull'oggetto, \mathbf{f}_d la forza d'attrito e \mathbf{P} il peso dell'oggetto.

Si ha

$$\begin{cases} T_{\perp} + N - P = 0 & \text{(lungo l'asse verticale)} \\ T_{\parallel} - f_d = 0 & \text{(lungo l'asse orizzontale)} \end{cases} \quad (2.1)$$

L'intensità della forza d'attrito è $f_d = \mu_d N$ mentre $T_{\perp} = T_{\parallel} = T \cos 45^\circ$. Inoltre l'oggetto si muove con velocità uniforme; ciò significa che non vi è variazione di velocità e di conseguenza l'accelerazione a dell'oggetto è nulla. Le uguaglianze (2.1) diventano

$$\begin{cases} T \cos 45^\circ + N - P = 0 \\ T \cos 45^\circ - \mu_d N = 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\begin{cases} T \cos 45^\circ = P - N \\ P - N - \mu_d N = 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

$$\begin{cases} T \cos 45^\circ = P - N \\ N = \frac{P}{1 + \mu_d} \end{cases} \quad (2.4)$$

Essendo $P = mg = 18 \cdot 9,81 \text{ N} = 176,58 \text{ N}$ e $\mu_d = 0,38$ si ricava

$$\begin{cases} T = \frac{P - N}{\cos 45^\circ} = \frac{(176,58 - 127,96) \text{ N}}{\cos 45^\circ} = 68,76 \\ N = \frac{176,58 \text{ N}}{1,38} = 127,96 \end{cases} \quad (2.5)$$