

# Note di fisica

Mauro Saita

e-mail: maurosaita@tiscalinet.it

Versione provvisoria, gennaio 2013.

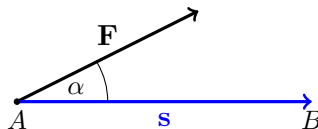
## Indice

<b>1 Lavoro</b>	<b>1</b>
1.1 Lavoro compiuto da una forza variabile. Caso bidimensionale. . . . .	4
<b>2 Energia cinetica.</b>	<b>5</b>
2.1 Teorema dell'energia cinetica. . . . .	6
<b>3 Lavoro lungo una linea chiusa. Indipendenza dal cammino.</b>	<b>8</b>
3.1 Forze conservative. . . . .	8
<b>4 Energia potenziale.</b>	<b>8</b>
4.1 Principio di conservazione dell'energia meccanica per forze conservative. . . .	9
4.2 Forza di gravità e principio di conservazione dell'energia. . . . .	10
<b>5 Esercizi.</b>	<b>12</b>
5.1 Soluzioni degli esercizi proposti. . . . .	13

## 1 Lavoro

Lavoro di una forza costante lungo un cammino rettilineo. Il lavoro compiuto dalla forza  $\mathbf{F}$  per spostare un corpo da  $A$  a  $B$  lungo il vettore  $\mathbf{s} = \overrightarrow{AB}$  è

$$L = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s}$$



**Figura 1:** Il corpo si sposta lungo il vettore  $\mathbf{s} = \overrightarrow{AB}$ . In ogni istante del moto la forza  $\mathbf{F}$  è costante.

Ricordando la definizione di prodotto scalare si ottiene:

---

<sup>0</sup>Nome file: lavoro-energia.tex

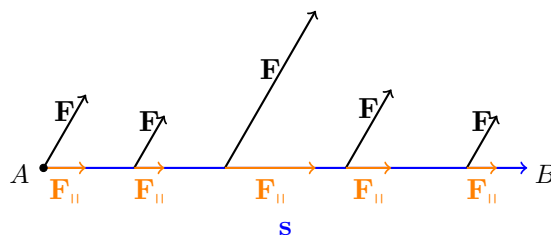
$$L = F s \cos \alpha$$

dove  $\alpha$  è l'angolo individuato da  $\mathbf{F}$  e  $\mathbf{s}$ .

Ovviamente se  $\mathbf{F}$  è perpendicolare a  $\mathbf{s}$ , cioè se  $\alpha = 90^\circ$ , il lavoro è nullo.

Lavoro di una forza con direzione costante e intensità variabile lungo un cammino rettilineo.

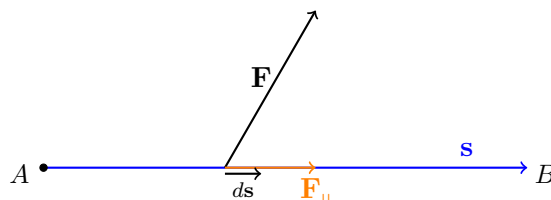
Si consideri un corpo sul quale agisce una forza  $\mathbf{F}$  avente direzione costante e intensità che varia a seconda del punto di applicazione della forza.



**Figura 2:** Il corpo si sposta lungo il vettore  $\mathbf{s} = \overrightarrow{AB}$ . In ogni istante del moto la forza  $\mathbf{F}$  ha direzione costante mentre l'intensità varia al variare della posizione.

Se lo spostamento del corpo avviene lungo il vettore  $\mathbf{s}$  che va da  $A$  a  $B$  allora per determinare il lavoro si può procedere così: si suddivide il vettore spostamento  $\mathbf{s}$  in tanti piccoli spostamenti  $ds$ . Su ognuno di essi la forza  $\mathbf{F}_{||}$  si può considerare con buona approssimazione costante. Allora il lavoro di  $\mathbf{F}$  lungo  $ds$  è

$$dL = F_{||} ds \quad (1.1)$$



**Figura 3:** Lungo lo spostamento infinitesimo  $ds$  la forza  $\mathbf{F}$  si può considerare costante.

Ora, per trovare il lavoro complessivo bisogna sommare tutti i lavori elementari  $dL$ , cioè

$$L = \text{Somme di } (F_{||} ds) \quad (1.2)$$

L'uguaglianza precedente si scrive, in notazione integrale, così

$$L = \int_A^B F_{||} ds \quad (1.3)$$

**Esercizio 1.1** (Interpretazione del lavoro come area.). *Si consideri il grafico di  $F_{||}$  in funzione dello spazio  $s$ . Allora il lavoro  $L$  trovato in (1.3) si può interpretare geometricamente così:  $L$*

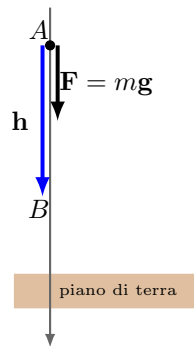
è l'area delimitata dal grafico di  $F_{||}$  dall'asse  $s$  e dalle due rette verticali di equazione  $s = s_A$  e  $s = s_B$ . Spiegare questo fatto utilizzando una figura.

Ovviamente se la forza  $F$  ha la stessa direzione di  $s$  allora  $\mathbf{F} = \mathbf{F}_{||}$  e l'uguaglianza (1.3) diventa

$$L = \int_A^B F ds \quad (1.4)$$

Lavoro compiuto dalla forza peso.

**Esercizio 1.2.** Un corpo di massa  $m$  è in caduta libera in prossimità della superficie terrestre. Qual è il lavoro compiuto dalla forza di gravità  $\mathbf{F}$  quando il corpo si sposta dalla posizione  $A$  alla posizione  $B$ ?



**Figura 4:** Il corpo di massa  $m$  cade verticalmente da  $A$  a  $B$ .

*Soluzione.*

La forza di gravità che agisce sul corpo è

$$\mathbf{F} = m\mathbf{g}$$

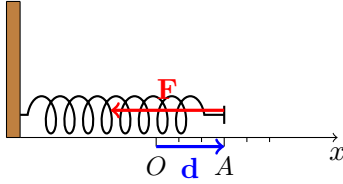
Durante il suo moto di caduta il corpo si sposta lungo il vettore  $\mathbf{h} = \overrightarrow{AB}$  che ha la stessa direzione della forza peso. Pertanto il lavoro compiuto è

$$L = m\mathbf{g} \cdot \mathbf{h} = mgh \quad (1.5)$$

Il lavoro della forza di gravità è positivo per ogni cammino nel quale il punto di partenza ( $A$ ) si trova più in alto del punto di arrivo ( $B$ ), invece per ogni cammino da  $B$  a  $A$  il lavoro è negativo.

Lavoro della forza elastica.

**Esercizio 1.3.** L'estremo libero di una molla, di costante elastica  $k$  si trova in  $O$  quando la molla è a riposo. Se la molla viene allungata del vettore  $\overrightarrow{OA} = \mathbf{d}$ , qual è il lavoro compiuto dalla molla durante l'allungamento?



**Figura 5:** La molla è stata allungata da  $O$  (posizione di riposo) ad  $A$ .

*Soluzione.*

La forza  $\mathbf{F}$  esercitata dalla molla è direttamente proporzionale al suo allungamento:

$$\mathbf{F}(x) = -k \mathbf{x}$$

dove  $0 \leq x \leq d$  è il tratto di cui è stata allungata la molla. Quindi, il lavoro compiuto da  $\mathbf{F}$  lungo il cammino rettilineo  $\overrightarrow{OA} = \mathbf{d}$  è

$$L = \int_0^d -k x dx = -\frac{1}{2} k d^2 \quad (1.6)$$

[Spiegare].

Quindi, in generale, il lavoro compiuto dalla forza elastica è

$$L = -\frac{1}{2} k x^2 \quad (1.7)$$

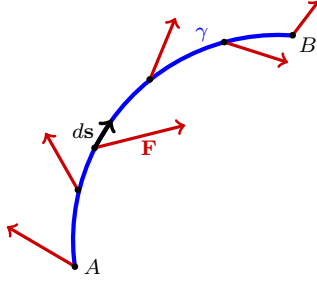
dove  $\mathbf{x}$  è il vettore che indica di quanto (e in quale verso) si è allungata la molla rispetto alla posizione di riposo  $O$ .

**Esercizio 1.4.** *Dall'uguaglianza (1.6) si deduce immediatamente che il lavoro di  $\mathbf{F}$  corrispondente a una compressione della molla di un medesimo tratto  $d$  è lo stesso. Perché? Spiegare.*

### 1.1 Lavoro compiuto da una forza variabile. Caso bidimensionale.

Si consideri il caso di un punto materiale che si sposta da un punto  $A$  a un punto  $B$  lungo un cammino orientato  $\gamma$ . Sul punto materiale agisce una forza  $\mathbf{F}$  variabile in direzione e intensità ( $\mathbf{F}$  è una forza 'piana', cioè appartiene sempre al piano che contiene  $\gamma$ ).

Non si esclude che sul punto materiale possano agire altre forze.



**Figura 6:** Un punto materiale si sposta da  $A$  a  $B$  lungo il cammino evidenziato in blu. La forza  $\mathbf{F}$  varia in direzione e intensità.

Per determinare il lavoro compiuto da  $\mathbf{F}$  lungo  $\gamma$  si può fare così: si suddivide la curva orientata  $\gamma$  in tanti vettori infinitesimi  $d\mathbf{s}$ ; su ognuno di essi la forza  $\mathbf{F}$  si può considerare con buona approssimazione costante. Quindi il lavoro elementare compiuto da  $\mathbf{F}$  lungo  $d\mathbf{s}$  è

$$dL = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

posto  $\mathbf{F} = (F_x, F_y)$  e  $d\mathbf{s} = (dx, dy)$  si ottiene

$$dL = (F_x, F_y) \cdot (dx, dy) = F_x dx + F_y dy \quad (1.8)$$

Per trovare il lavoro totale occorre sommare tutti i lavori elementari, cioè

$$L = \text{Somme di } (F_x dx + F_y dy) \quad (1.9)$$

in notazione integrale si scrive

$$L = \int_{\gamma} F_x dx + F_y dy \quad (1.10)$$

## 2 Energia cinetica.

**Energia cinetica.** L'energia cinetica è l'energia associata allo *stato di moto* di un corpo. Quanto più grande è la velocità di un corpo tanto maggiore è la sua energia cinetica. Se rispetto al sistema di riferimento prescelto il corpo è fermo la sua energia cinetica è zero.

**Definizione 2.1.** L'energia cinetica di un corpo di massa  $m$  che all'istante  $t$  possiede velocità  $v$  è

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2.1)$$

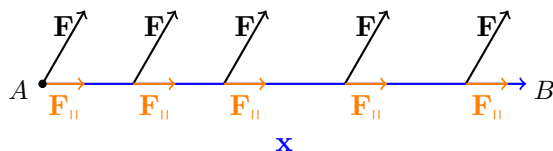
L'unità di misura dell'energia cinetica è il joule:

$$1 \text{ joule} = 1 \text{ J} = 1 \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \quad (2.2)$$

## 2.1 Teorema dell'energia cinetica.

Caso di una forza costante e spostamento rettilineo.

**Problema 2.2.** *Si consideri un corpo di massa  $m$  sul quale agisce una forza costante. Se il moto del corpo avviene lungo un cammino rettilineo  $\mathbf{x}$  che parte da  $A$  e arriva in  $B$  si esprima il lavoro compiuto da  $\mathbf{F}$  lungo  $\mathbf{x}$  in funzione della velocità del corpo.*



**Figura 7:** Il corpo si sposta lungo il vettore  $\mathbf{x} = \overrightarrow{AB}$ . In ogni istante del moto la forza  $\mathbf{F}$  è costante.

Sia  $\alpha$  l'angolo (costante) individuato da  $\mathbf{F}$  e da  $\mathbf{x}$ . Se  $\alpha = 90^\circ$  il lavoro compiuto dalla forza è nullo.

Se  $\alpha \neq 90^\circ$  (con  $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$ ) il corpo è soggetto a una accelerazione costante  $\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}_{||}}{m}$  diretta come il vettore  $\mathbf{x}$ ; pertanto il corpo si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato. Dette  $v_A, v_B$  le velocità possedute dal corpo in  $A$  e in  $B$ , si ha:  $a = \frac{v_B - v_A}{t}$  e  $x = \frac{v_B + v_A}{2} t$  (si vedano le equazioni che caratterizzano il moto rettilineo uniformemente accelerato). Pertanto il lavoro compiuto da  $\mathbf{F}$  lungo  $\mathbf{x}$  è

$$\begin{aligned}
 L &= F_{||} x \\
 &= m a x \\
 &= m \frac{v_B - v_A}{t} \frac{v_B + v_A}{2} t \\
 &= \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Quindi il lavoro di  $\mathbf{F}$  lungo  $\mathbf{x}$  è uguale alla differenza dell'energia cinetica del corpo in  $B$  e quella in  $A$ .

Il risultato precedente, dimostrato nel caso di una forza costante, vale anche nel caso più generale di forze variabili (in direzione e intensità). Vale cioè il seguente teorema

**Teorema 2.3 (Teorema dell'energia cinetica).** *Sia  $\mathbf{F}$  la risultante delle forze esterne agenti su un corpo di massa  $m$ . Se il corpo si sposta dal punto iniziale  $A$  al punto finale  $B$  lungo il cammino orientato  $\gamma$  (che connette  $A$  a  $B$ ) allora il lavoro compiuto da  $\mathbf{F}$  lungo  $\gamma$  è uguale alla differenza di energia cinetica del corpo tra gli estremi del cammino, cioè*

$$L_\gamma = \frac{1}{2} v_B^2 - \frac{1}{2} v_A^2 \tag{2.4}$$

*Dimostrazione.* (Cenni.)

Caso unidimensionale.

Si consideri dapprima il caso di uno spostamento rettilineo da  $A$  a  $B$  e di una forza  $\mathbf{F}$  diretta sempre come il vettore  $\mathbf{x} = \overrightarrow{AB}$  (l'intensità della forza è variabile). In questo caso il lavoro compiuto da  $\mathbf{F}$  è (si veda (1.4)) è dato da

$$L_{AB} = \int_A^B F dx \quad (2.5)$$

Essendo  $F = ma = m \frac{dv}{dt}$  (seconda legge della dinamica) e  $dx = v dt$  si ottiene

$$\begin{aligned} L_{AB} &= \int_A^B F dx \\ &= \int_A^B m \frac{dv}{dt} v dt \\ &= \int_A^B mv dv \\ &= \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) \end{aligned}$$

**Caso bidimensionale.** Si consideri ora il caso di un corpo di massa  $m$  che si muove da  $A$  a  $B$  lungo un cammino orientato  $\gamma$  sotto l'azione di una forza  $\mathbf{F}$ , variabile in direzione e intensità .

Si suddivida la curva orientata  $\gamma$  in tanti vettori infinitesimi  $ds$ ; su ognuno di essi la forza  $\mathbf{F}$  si può considerare con buona approssimazione costante. Quindi il lavoro elementare compiuto da  $\mathbf{F}$  lungo  $ds$  è

$$dL = \mathbf{F} \cdot ds$$

Posto  $\mathbf{F} = (F_x, F_y)$  e  $ds = (dx, dy)$  si ottiene (si veda l'uguaglianza 1.8):

$$dL = F_x dx + F_y dy$$

Pertanto il lavoro totale compiuto da  $\mathbf{F}$  lungo il cammino  $\gamma$  è

$$L_\gamma = \int_A^B F_x dx + \int_A^B F_y dy$$

L'integrale  $\int_A^B F_x dx$  esprime il lavoro fatto da  $F_x$  nella direzione dell'asse  $x$ ;  $F_x$  e  $dx$  hanno la medesima direzione e pertanto si tratta di un caso unidimensionale. Considerazioni del tutto analoghe si possono ovviamente fare per l'integrale  $\int_A^B F_y dy$ . Si ricava:

$$\begin{aligned} L_\gamma &= \int_A^B F_x dx + \int_A^B F_y dy \\ &= \frac{1}{2}m(v_{Bx}^2 - v_{Ax}^2) + \frac{1}{2}m(v_{By}^2 - v_{Ay}^2) \\ &= \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) \end{aligned}$$

■

**Esercizio 2.4.** *L'energia cinetica  $K$  può essere negativa?*

### 3 Lavoro lungo una linea chiusa. Indipendenza dal cammino.

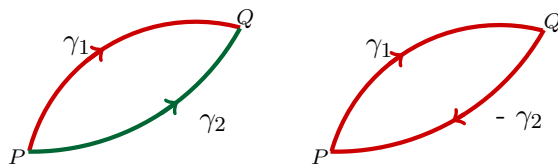
Vale il seguente teorema

**Teorema 3.1.** *Sia  $\mathbf{F} = (F_x, F_y)$  un campo di forze in  $\mathbb{R}^2$ . Le condizioni seguenti sono equivalenti*

(i) *Il lavoro compiuto da  $\mathbf{F}$  lungo ogni cammino chiuso  $\gamma$  contenuto in  $\mathbb{R}^2$  è zero:*

$$L_\gamma = \int_\gamma \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = 0$$

(ii) *Comunque si fissino due punti  $P, Q$  in  $\mathbb{R}^2$ , il lavoro compiuto da  $\mathbf{F}$  è sempre lo stesso per tutti i cammini orientati  $\gamma$  da  $P$  a  $Q$  (cioè, non dipende dalla scelta del cammino orientato da  $P$  a  $Q$ ).*



**Figura 8:** (a) Le curve  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  sono due cammini orientati da  $P$  a  $Q$ . (b) La curva  $\gamma = \gamma_1 \cup -\gamma_2$  è un cammino chiuso.

*Dimostrazione.* [da scrivere]

#### 3.1 Forze conservative.

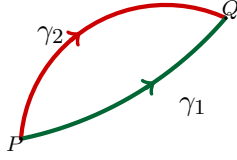
**Definizione 3.2** (Forze conservative.). *Un campo di forze  $\mathbf{F}$  si dice conservativo se vale la condizione (i) o, equivalentemente se vale la condizione (ii). In caso contrario il campo si dice non conservativo.*

Il campo gravitazionale e quello generato da una molla ideale sono conservativi. La forza di attrito è non conservativa.

### 4 Energia potenziale.

Il lavoro compiuto dalla forza conservativa  $\mathbf{F}$  per spostare un oggetto dal punto iniziale  $P$  al punto finale  $Q$  non dipende dal cammino orientato  $\gamma$  effettivamente percorso.





**Figura 9:** Se  $\mathbf{F}$  è conservativa il lavoro non dipende dal cammino:  $L_{\gamma_1} = L_{\gamma_2}$ .

Se  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  sono due cammini orientati che partono da  $P$  e arrivano a  $Q$  si ha:

$$L_{\gamma_1} = L_{\gamma_2}$$

Pertanto, per indicare il lavoro compiuto da una forza conservativa  $\mathbf{F}$  nello spostare un corpo da  $P$  a  $Q$  non serve precisare lungo quale curva avviene lo spostamento; d'ora in poi si scriverà

$$L_{\gamma} = L_{PQ}$$

dove  $PQ$  indica un qualsiasi cammino orientato da  $P$  a  $Q$ . Ora, è possibile dare la seguente definizione

**Definizione 4.1** (Variazione di energia potenziale.). *Un corpo soggetto all'azione di una forza conservativa  $\mathbf{F}$  viene spostato dal punto iniziale  $P$  al punto finale  $Q$  lungo un certo cammino orientato  $\gamma$ . Si chiama variazione di energia potenziale  $\Delta U$  l'opposto del lavoro compiuto da  $\mathbf{F}$  per spostare il corpo da  $P$  a  $Q$  lungo un qualsiasi cammino orientato che connette i due punti, cioè*

$$\Delta U = -L_{PQ} \tag{4.1}$$

Quindi la quantità  $\Delta U$  dipende solo dal punto iniziale  $P$  e dal punto finale  $Q$ . Questo fatto permette di definire una funzione scalare  $U$ , detta "energia potenziale", che dipende esclusivamente dalla posizione  $X$  occupata dal corpo, cioè  $U = U(X)$ .

**Definizione 4.2** (Energia potenziale.). *Si consideri un corpo soggetto all'azione di una forza conservativa  $\mathbf{F}$  che si trova in un punto  $X$  qualsiasi. Fissato in modo arbitrario un punto  $P$ , si chiama energia potenziale del corpo in  $X$  la quantità*

$$U(X) = U(P) - L_{PX}$$

L'energia potenziale  $U$  posseduta dal corpo in  $X$  è una forma di energia immagazzinata che può essere totalmente recuperata e trasformata in energia cinetica.

#### 4.1 Principio di conservazione dell'energia meccanica per forze conservative.

Dal teorema dell'energia cinetica e dall'uguaglianza (4.1) si ottiene:

$$L_{PQ} = \Delta K = -\Delta U \tag{4.2}$$

cioè

$$\Delta K + \Delta U = 0 \quad (4.3)$$

Ciò significa che il nostro corpo, nello spostarsi da  $P$  a  $Q$  ha subito una variazione di energia cinetica  $\Delta K$  che è stata compensata da una variazione uguale e di segno opposto di energia potenziale. Questo fatto deve valere per tutti i punti  $X$  che costituiscono le fasi intermedie del moto, vale cioè il **principio di conservazione dell'energia meccanica**:

*se un corpo è soggetto all'azione della forza conservativa  $\mathbf{F}$  allora, in ogni istante del moto, la somma della sua variazione di energia cinetica e della sua variazione di energia potenziale vale zero*

$$\Delta K + \Delta U = 0 \quad (4.4)$$

In altre parole, qualunque sia la posizione  $X$  del corpo durante il suo moto da  $P$  a  $Q$  la *somma della sua energia cinetica  $K$  e della sua energia potenziale si mantiene costante*

$$K + U = E \quad (4.5)$$

La costante  $E$  è detta energia meccanica totale.

**Principio di conservazione dell'energia meccanica. Caso unidimensionale.** Sia  $\mathbf{F}$  un campo di forze conservativo, definito in  $\mathbb{R}$  (diciamo l'asse  $x$ ). Se un particella di massa  $m$  si muove lungo l'asse  $x$  sotto l'azione della sola forza  $F$ , allora dall'uguaglianza (4.5) si ottiene

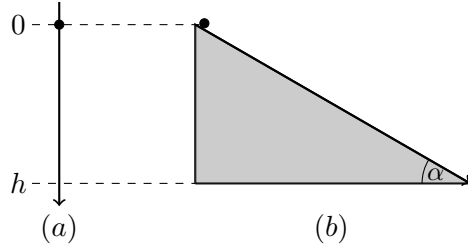
$$\frac{1}{2}mv^2 + U(x) = E \quad (4.6)$$

dove  $v$  è la velocità della particella quando occupa la posizione  $x$  mentre  $E$  è costante e si chiama *energia meccanica totale*. In altre parole, se  $\mathbf{F}$  è conservativo l'energia meccanica  $E = K + U$  della particella si mantiene costante in ogni istante del moto della particella.

## 4.2 Forza di gravità e principio di conservazione dell'energia.

Si considerino i seguenti due esempi: un oggetto di massa  $m$  che si trova all'altezza  $h$  dal suolo è soggetto all'azione della sola forza di gravità :

- (a) cade verticalmente;
- (b) scivola lungo il piano inclinato.



**Figura 10:** L'oggetto di massa  $m$  si trova inizialmente all'altezza  $h$ . Il moto di discesa verticale (lungo il piano inclinato) avviene in assenza di attriti.

Galileo per primo capì che i due problemi sono della stessa natura: nel primo caso l'oggetto ha un'accelerazione pari a  $g$  mentre nel secondo la sua accelerazione è minore e vale  $g \sin \alpha$ , dove  $\alpha$  è l'angolo che il piano inclinato forma con l'orizzontale.

Come si è dimostrato precedentemente, in entrambi i casi l'oggetto raggiunge il suolo con la medesima velocità

$$v = \sqrt{2gh} \quad (4.7)$$

cioè

$$\frac{1}{2}v^2 = gh \quad (4.8)$$

La velocità con cui i corpi arrivano al suolo è la stessa e dipende solo dall'altezza  $h$ . Il risultato, per certi versi sorprendente, stupì persino Galileo! Ora, moltiplicando per  $m$  entrambi i termini dell'uguaglianza (4.8) si ottiene:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \quad (4.9)$$

$\frac{1}{2}mv^2$  esprime la variazione  $\Delta K$  di energia cinetica del corpo relativa al suo moto mentre  $mgh$  è il lavoro  $L$  compiuto contro la forza di gravità per innalzare la massa  $m$  fino all'altezza  $h$ . Quindi si ha:  $\Delta K = L$ . Quest'ultima uguaglianza permette di formulare immediatamente il principio di conservazione dell'energia nel caso della forza di gravità: quando l'oggetto si trova all'altezza  $h$  rispetto al piano di terra è fermo; tuttavia esso ha immagazzinato una certa dose di energia, detta energia potenziale. Se lasciato cadere l'energia immagazzinata viene utilizzata per produrre il moto: l'energia potenziale si trasforma in energia cinetica; la perdita di una forma di energia è compensata dall'aumento dell'altra. In ogni istante del moto la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale rimane invariata, cioè l'energia si conserva. Come è stato già detto l'uguaglianza (4.8) è un risultato scoperto da Galileo mentre per arrivare al risultato espresso da (4.9) e alle sue immediate conseguenze bisognerà attendere più di altri duecento anni!

**Esercizio 4.3.** *Un oggetto di massa  $m$  si trova nel punto  $A$  ad una altezza  $h$  rispetto al piano di terra. Esso inizia a scendere lungo il piano inclinato, giunge al suolo nel punto  $B$  e immediatamente risale lungo un secondo piano inclinato riducendo progressivamente la sua velocità. In assenza di attriti, qual è l'altezza raggiunta dall'oggetto nell'istante in cui si ferma? (Utilizzare il principio di conservazione dell'energia.)*

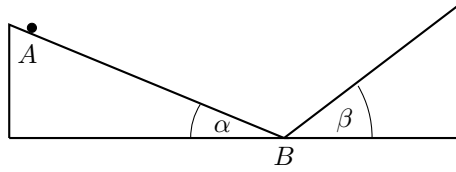


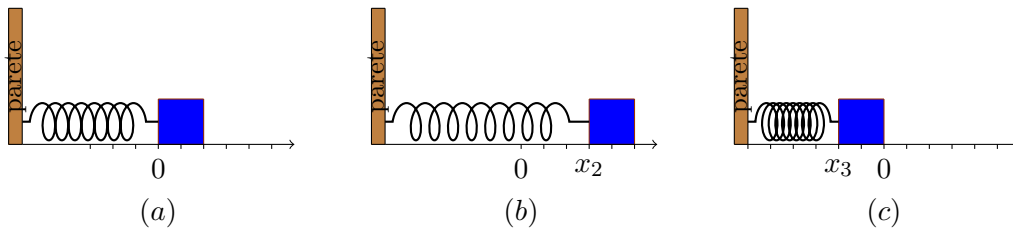
Figura 11:

## 5 Esercizi.

**Esercizio 5.1.** Una particella di massa  $m$  ruota attorno a una circonferenza di  $r = 2$  m con velocità costante (in modulo) pari a  $10$  m/s. Determinare il lavoro compiuto dalla forza centripeta per descrivere un quarto di circonferenza.

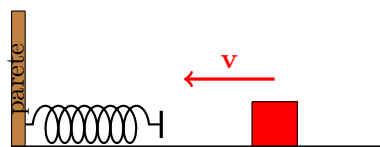
**Esercizio 5.2.** Un blocco viene collegato a una molla e appoggiato su un piano orizzontale senza attriti. Quando la molla è a riposo il blocco si trova nella posizione  $x_0 = 0$  (figura (a)). Per mantenere in equilibrio il blocco nella posizione  $x_1 = 12$  mm occorre applicare una forza di intensità  $F = 4.9$  N.

- 1) Trovare il lavoro compiuto dalla forza esercitata dalla molla per spostare il blocco dalla posizione iniziale  $x_0$  alla posizione  $x_2 = 17$  mm (figura (b)).
- 2) Successivamente il blocco viene spostato dalla posizione  $x_2 = 17$  mm alla posizione  $x_3 = -12$  mm (figura (c)). Trovare il lavoro compiuto dalla molla durante questo spostamento. Giustificare il segno.



**Figura 12:** (a) La molla è a riposo: il blocco si trova nella posizione  $x_0 = 0$ . (b) Il blocco è stato spostato verso destra, nella posizione  $x_2 = 17$  mm. (c) Il blocco si trova in  $x_3 = -12$  mm.

**Esercizio 5.3.** Un blocco scivola senza attriti su un piano orizzontale con velocità costante  $v = 0.50$  m/s. Sul suo percorso incontra una molla, che prima frena il blocco fino a fermarlo e poi ne inverte il verso di moto. Sapendo che la costante elastica della molla vale  $k = 750$  N/m, determinare la massima compressione raggiunta dalla molla.



**Figura 13:** Prima di incontrare la molla il blocco si muove di moto rettilineo uniforme ( $v$  è costante).

## 5.1 Soluzioni degli esercizi proposti.

**Esercizio 2.4** No, la massa è sempre positiva e  $v^2 \geq 0$ .

### Esercizio 5.2

1. Il lavoro compiuto dalla molla per spostare il blocco da  $x_0$  a  $x_2$  è  $L_2 = -0.059 \text{ J}$ .
2. Il lavoro compiuto dalla molla per spostare il blocco da  $x_2$  a  $x_3$  è  $L_3 = 0.030 \text{ J}$ . La molla compie lavoro positivo nel tratto da  $x_2$  a  $x_0$ , compie invece lavoro negativo da  $x_0$  a  $x_3$ . Pertanto il lavoro compiuto nel primo tratto è (in valore assoluto) maggiore del lavoro compiuto nel secondo.

**Esercizio 5.3** La massima compressione della molla è  $x = 1.2 \text{ cm}$ .