

Cognome: _____ Nome: _____

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Es. 6	Totale

Rispondere per iscritto sul foglio protocollo ai seguenti quesiti.¹

Quesito 1. Scrivere equazioni parametriche della retta contenente il punto di intersezione delle rette

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = 1 + 3t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = -1 + u \\ y = 2 - 5u \end{cases} \quad t, u \in \mathbb{R}$$

e perpendicolare alla retta di equazione cartesiana $2x + y - 10 = 0$.

Quesito 2. Determinare l'angolo (convesso) individuato dalle rette

$$r : 3x - 2y + 1 = 0 \quad s : x + 4y - 2 = 0$$

Quesito 3. Trovare equazioni parametriche per le rette passanti per $A(-2, 0)$, la cui distanza dall'origine è $3\sqrt{\frac{10}{5}}$.

Quesito 4. Dopo aver verificato che le rette

$$r : x + y + 2 = 0 \quad s : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

sono parallele, calcolare la distanza di r da s .

Quesito 5. Sia $A = (5, 15)$, $B = (-1, 5)$. Trovare la proiezione ortogonale $P_B(A)$, del vettore A lungo il vettore B .

Quesito 6. Sia S il segmento di estremi $(0, -1)$, $(1, 0)$ e I il segmento di estremi $(2, 3)$, $(-4, -6)$. Stabilire per via analitica se i due segmenti si intersecano.

¹File tex: verifica_02.rette_nel_piano_2021.tex

Risposte.

Quesito 1.

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2} + 2s \\ y = -\frac{7}{2} + s \end{cases} \quad s \in \mathbb{R}$$

Quesito 2.

$\cos(\widehat{rs}) = \frac{V_r \cdot V_s}{|V_r| |V_s|}$, dove V_r e V_s indicano due vettori di direzione, nell'ordine, delle rette r e s . Nel caso in esame si ottiene:

$$\cos(\widehat{rs}) = \frac{(2, 3) \cdot (4, -1)}{\sqrt{13} \sqrt{17}} = \frac{5}{\sqrt{221}}$$

Quindi

$$\widehat{rs} = \cos^{-1} \frac{5}{\sqrt{221}} = 70,3^\circ$$

Quesito 3.

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = 6 + 3t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = u \\ y = -6 - 3u \end{cases} \quad t, u \in \mathbb{R}$$

(equazioni cartesiane delle due rette soluzione: $3x - y + 6 = 0$ e $3x + t + 6 = 0$).

Quesito 4.

Le rette r e s sono parallele perché i vettori di direzione di r sono multipli dei vettori di direzione di s ($V_s = k V_r$). Un vettore di direzione di r (e di s) è $(1, -1)$.

Per calcolare la distanza tra r e s basta trovare la distanza di un punto di s , per esempio $A = (2, 0)$, dalla retta r . si ottiene

$$d(A, r) = \frac{|2 + 0 + 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

Quesito 5.

$$P_B(A) = \frac{A \cdot B}{B \cdot B} B = \left(-\frac{35}{13}, \frac{175}{13} \right)$$

Quesito 6.

I due segmenti non si intersecano.