

Rispondere per iscritto ai seguenti quesiti sul foglio protocollo.

Tempo della prova: 60 minuti.

Esercizio 1.

1. Determinare l'equazione del fascio \mathcal{F} di circonferenze, tangenti in $P_0 = (1, 1)$ alla retta r di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$$

$$t \in \mathbb{R}.$$

2. Trovare, se esistono, i valori del parametro reale del fascio \mathcal{F} di circonferenze in corrispondenza dei quali si ottengono circonferenze tangenti all'asse y .

Esercizio 2.

1. Scrivere l'equazione cartesiana della circonferenza \mathcal{C} tangente all'asse x nel punto $T = (2, 0)$ e avente centro sulla retta r di equazione $x - y + 1 = 0$
2. Indicati con A e B i punti di intersezione di r e \mathcal{C} , determinare l'area del triangolo di vertici A, B, T .

Esercizio 3. Scrivere l'equazione della circonferenza \mathcal{C} circoscritta al triangolo di vertici $A = (1, 2)$, $B = (-7, 6)$, $C = (-1, 0)$.

Esercizio 4.

Si consideri il fascio \mathcal{F} di equazione

$$x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 + k(x^2 + y^2 - 1) = 0. \quad k \in \mathbb{R}$$

Determinare:

1. l'asse radicale.
2. eventuali punti base.
3. l'asse dei centri.

¹File tex: verifica_04.circonferenza.2016.tex

Scrivere, infine, l'equazione della circonferenza del fascio che è tangente alla retta r di equazioni cartesiane $x + y + 3 = 0$

Esercizio 5. Trovare equazioni parametriche per la circonferenza di centro $C = (2, 1)$ e raggio 3. (Suggerimento: utilizzare le funzioni goniometriche).

Soluzioni

Esercizio 1.

1. Una equazione del fascio richiesto è : $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + k(2x - y - 1) = 0$, $k \in \mathbb{R}$. Le due generatrici sono: la circonferenza di centro $(1, 1)$ e raggio nullo; l'asse radicale.
2. Rispetto all'equazione del fascio trovato al punto precedente, i valori del parametro sono: $k = -4 \pm 2\sqrt{5}$.

Esercizio 2.

1. Equazione della circonferenza: $\mathcal{C}: x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$.
2. L'area del triangolo di vertici A, B, T misura $\frac{9}{2}\sqrt{2}$.

Esercizio 3. Equazione della circonferenza $\mathcal{C}: x^2 + y^2 + 6x - 8y + 5 = 0$.

Esercizio 4.

1. Un'equazione cartesiana dell'asse radicale è : $x + y - 1 = 0$
2. I punti base del fascio sono $(1, 0)$ e $(0, 1)$.
3. Un'equazione dell'asse dei centri è : $x - y = 0$

Una equazione cartesiana della circonferenza richiesta si trova sostituendo il valore

$$k = \frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$$

nell'equazione del fascio.

Esercizio 5. Equazioni parametriche della circonferenza di centro $(0,0)$ e raggio 3 sono:

$$\begin{cases} x &= 3 \cos t \\ y &= 3 \sin t \end{cases}$$

Per trovare le equazioni richieste basta effettuare una traslazione di vettore $(2, 1)$. Si ottiene:

$$\begin{cases} x &= 2 + 3 \cos t \\ y &= 1 + 3 \sin t \end{cases}$$