

Liceo Scientifico “L. Cremona” - Milano.		Classe: _____
Verifica di matematica. Rette e piani nello spazio.		Docente: M. Saita
Cognome:	Nome:	Maggio 2016

*Rispondere per iscritto ai seguenti quesiti sul foglio protocollo.*<sup>1</sup>

**Esercizio 1.** Trovare centro e raggio della circonferenza di equazioni

$$\begin{cases} (x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 16 \\ 2x - y - 2z = 0 \end{cases}$$

**Esercizio 2.** Trovare le equazioni cartesiane delle sfere di raggio 1 che sono tangenti al piano  $\pi$  di equazione

$$3x + 2y - \sqrt{3}z - 1 = 0$$

nel punto  $A = (1, -1, 0)$ .

**Esercizio 3.** Si considerino le rette di equazioni parametriche:

$$r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \qquad s : \begin{cases} x = -2u \\ y = 1 + u \\ z = u \end{cases} \quad u \in \mathbb{R}$$

1. Stabilire la mutua posizione di  $r$  e  $s$  nello spazio.
2. Nel caso le rette siano sghembe, trovare la distanza di  $r$  da  $s$ .

**Esercizio 4.** Sia  $A = (0, -1, 2)$  e  $\pi$  il piano di equazione cartesiana  $x - 3y + z - 2 = 0$ . Trovare il simmetrico di  $A$  rispetto a  $\pi$ .

**Esercizio 5.** Sia  $r$  la retta di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}$$

Scrivere l'equazione del piano  $\pi$  che contiene  $r$  e  $P_0 = (1, 1, 1)$ .

---

<sup>1</sup>File tex: verifica\_06.rette\_piani\_2016.tex

## Soluzioni

### Esercizio 1.

Raggio della circonferenza:  $r = 2\sqrt{3}$ .

Centro della circonferenza:  $C = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ .

### Esercizio 2.

Le sfere di raggio 1 tangenti a  $\pi$  in  $A$  sono ovviamente due. Le coordinate dei loro centri sono  $C_1 = \left(\frac{7}{4}, -\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$  e  $C_2 = \left(\frac{1}{4}, -\frac{3}{2}, +\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ .

Le equazioni delle due sfere sono

$$S_1: \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2 = 1$$

$$S_2: \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2 = 1.$$

### Esercizio 3.

1. Le rette  $r, s$  sono sghembe.
2. La distanza di  $r$  da  $s$  è  $d(r, s) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

### Esercizio 4.

Il simmetrico di  $A$  rispetto a  $\pi$  è il punto

$$A' = \left(-\frac{6}{11}, +\frac{7}{11}, +\frac{16}{11}\right)$$

### Esercizio 5.

Equazione cartesiana del piano  $\pi$ :

$$y - z = 0$$