

**TEST DI MATEMATICA**

**Rette e piani in  $\mathbb{R}^3$**

<b>Cognome:</b>	<b>Nome:</b>
-----------------	--------------

---

*Rispondere per iscritto ai seguenti quesiti sul foglio protocollo e riportare la risposta nel box affianco.<sup>1</sup>*

1. Trovare un'equazione cartesiana del piano passante per  $Q = (-1, 2, 1)$  e perpendicolare ai due piani

$$\pi : x + y - z = 0 \qquad \pi' : 3x + 2y - z = 0$$

2. Scrivere un'equazione cartesiana del piano passante per i punti  $A = (1, 3, 1)$ ,  $B = (2, 0, 0)$ ,  $C = (0, 1, 1)$ .

---

<sup>1</sup>File tex: verifica\_06 rette\_piani\_2022.tex

3. Sia  $r$  la retta passante per  $A = (1, 0, 2)$  e  $B = (-1, 1, 1)$  e  $s$  la retta di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Scrivere equazioni parametriche di *una* retta perpendicolare a  $r$  e  $s$  e passante per il punto  $(-1, -3, 1)$ .

4. Sono date le rette di equazioni parametriche

$$r : \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - u \\ z = u \end{cases}$$

- (a) Verificare che le due rette sono incidenti e trovare le coordinate del punto di intersezione.  
 (b) Determinare un'equazione cartesiana del piano contenente  $r$  e  $s$ .

(a)  $r \cap s =$

  
  

(b)

5. Trovare il volume del parallelepipedo generato da  $A = (1, 0, 0)$ ,  $B = (-3, 1, 1)$ ,  $C = (-2, 2, 5)$ .

Volume parallelepipedo =

TEST DI MATEMATICA

Rette e piani in  $\mathbb{R}^3$

RISPOSTE

Cognome:	Nome:
----------	-------

---

*Rispondere per iscritto ai seguenti quesiti sul foglio protocollo e riportare la risposta nel box affianco.<sup>2</sup>*

1. Trovare un'equazione cartesiana del piano passante per  $Q = (-1, 2, 1)$  e perpendicolare ai due piani

$$\pi : x + y - z = 0 \quad \pi' : 3x + 2y - z = 0$$

$x - 2y - z + 6 = 0$
----------------------

2. Scrivere un'equazione cartesiana del piano passante per i punti  $A = (1, 3, 1)$ ,  $B = (2, 0, 0)$ ,  $C = (0, 1, 1)$ .

$2x - y + 5z - 4 = 0$
-----------------------

---

<sup>2</sup>File tex: verifica\_06 rette\_piani\_2022.tex

Sia  $r$  la retta passante per  $A = (1, 0, 2)$  e  $B = (-1, 1, 1)$  e  $s$  la retta di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Scrivere equazioni parametriche di *una* retta perpendicolare a  $r$  e  $s$  e passante per il punto  $(-1, -3, 1)$ .

Esistono infinite rette perpendicolari a  $r$  e  $s$ , contenenti il punto  $(-1, -3, 1)$ . Una retta soluzione è, per esempio,

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = -3 + t \\ z = +1 + t \end{cases}$$

4. Sono date le rette di equazioni parametriche

$$r : \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - u \\ z = u \end{cases}$$

- (a) Verificare che le due rette sono incidenti e trovare le coordinate del punto di intersezione.  
 (b) Determinare un'equazione cartesiana del piano contenente  $r$  e  $s$ .

$$(a) \quad r \cap s = \left(1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

$$(b) \quad x + y + z - 3 = 0$$

5. Trovare il volume del parallelepipedo generato da  $A = (1, 0, 0)$ ,  $B = (-3, 1, 1)$ ,  $C = (-2, 2, 5)$ .

$$\text{Volume parallelepipedo} = 3$$

TEST DI MATEMATICA

Rette e piani in  $\mathbb{R}^3$

Cognome:	Nome:
----------	-------

Rispondere per iscritto ai seguenti quesiti sul foglio protocollo e riportare la risposta nel box affianco.<sup>3</sup>

1. Determinare equazioni parametriche della retta contenente il punto  $A = (2, 0, -1)$  e parallela alla retta passante per  $B = (-3, 1, 0)$  e  $C = (-1, 0, 3)$ .

2. Dopo aver verificato che le rette di equazioni parametriche

$$r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t, \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad s : \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - y + z - 2 = 0 \end{cases}$$

hanno in comune il punto  $T = (1, 0, 1)$ , trovare l'angolo (convesso) individuato dalle due rette.

3. Scrivere un'equazione cartesiana del piano passante per i punti

$$P_1 = (2, 1, 0), P_2 = (-3, 2, -1), P_3 = (4, 6, 2)$$

<sup>3</sup>File tex: verifica\_06.rette\_piani\_2022.tex

4. Siano  $A = (3, -1, 0)$ ,  $B = (0, 1, 2)$ ,  $C = (1, 5, 4)$ . Calcolare:

(a)  $\det \begin{vmatrix} A \\ B \\ C \end{vmatrix} = \det \begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & 4 \end{vmatrix}$ .

(b) il volume del parallelepipedo generato da  $A, B, C$ .

(c)  $A \times B \cdot C$ .

5. Siano  $r, s$  le rette di equazioni parametriche

$$r : \begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = t, & t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 1 + 2u \\ y = 3 - 2u \\ z = -3 + 3u \end{cases} \quad u \in \mathbb{R}$$

Dire se  $r, s$  sono parallele distinte, parallele coincidenti, incidenti o sghembe.

Nel caso  $r, s$  siano sghembe calcolare la loro distanza.

6. Trovare le coordinate del punto  $P'$ , simmetrico di  $P = (1, 0, 1)$  rispetto al piano  $\pi$  di equazione cartesiana  $x + y - z + 1 = 0$ .

**TEST DI MATEMATICA**

**Rette e piani in  $\mathbb{R}^3$**

**RISPOSTE**

<b>Cognome:</b>	<b>Nome:</b>
-----------------	--------------

---

*Rispondere per iscritto ai seguenti quesiti sul foglio protocollo e riportare la risposta nel box affianco.<sup>4</sup>*

1. Determinare equazioni parametriche della retta contenente il punto  $A = (2, 0, -1)$  e parallela alla retta passante per  $B = (-3, 1, 0)$  e  $C = (-1, 0, 3)$ .

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$$

2. Dopo aver verificato che le rette di equazioni parametriche

$$r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t, \quad t \in \mathbb{R} \\ z = 1 + t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - y + z - 2 = 0 \end{cases}$$

hanno in comune il punto  $T = (1, 0, 1)$ , trovare l'angolo (convesso) individuato dalle due rette.

$$\widehat{rs} = 60^\circ$$

3. Scrivere un'equazione cartesiana del piano passante per i punti

$$P_1 = (2, 1, 0), P_2 = (-3, 2, -1), P_3 = (4, 6, 2)$$

$$7x + 8y - 27z - 22 = 0$$

---

<sup>4</sup>File tex: verifica\_06.rette\_piani\_2022.tex

4. Siano  $A = (3, -1, 0)$ ,  $B = (0, 1, 2)$ ,  $C = (1, 5, 4)$ . Calcolare:

(a)  $\det \begin{vmatrix} A \\ B \\ C \end{vmatrix} = \det \begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & 4 \end{vmatrix}$ . -20

(b) il volume del parallelepipedo generato da  $A, B, C$ . +20

(c)  $A \times B \cdot C$ . -20

5. Siano  $r, s$  le rette di equazioni parametriche

$$r : \begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = t, & t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 1 + 2u \\ y = 3 - 2u \\ z = -3 + 3u \end{cases} \quad u \in \mathbb{R}$$

Dire se  $r, s$  sono parallele distinte, parallele coincidenti, incidenti o sghembe.

SGHEMBE

Nel caso  $r, s$  siano sghembe calcolare la loro distanza.

$\frac{4\sqrt{66}}{33}$

6. Trovare le coordinate del punto  $P'$ , simmetrico di  $P = (1, 0, 1)$  rispetto al piano  $\pi$  di equazione cartesiana  $x + y - z + 1 = 0$ .

$P' = \left(\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right)$