

Correnti.

Mauro Saita

e-mail: maurosaita@tiscalinet.it

Versione provvisoria, maggio 2020.

Indice

1 Correnti.	2
1.1 Intensità di corrente.	2
1.1.1 Resistenza.	3
1.2 Leggi di Ohm	4
1.2.1 Prima legge di Ohm	4
1.2.2 Legge di Ohm generalizzata	4
1.2.3 Seconda legge di Ohm	5
1.2.4 Origine microscopica della resistività e velocità di deriva	6
1.3 Leggi di Kirchhoff.	8
1.4 Resistenze in serie.	9
1.5 Resistenze in parallelo.	9
1.6 Effetto Joule	10
1.7 Potenza elettrica.	11
1.8 Lavoro di estrazione di un elettrone da un metallo	11
1.9 Conduzione elettrica nei liquidi e nei gas	12
1.10 Resistenze in parallelo.	14

1

¹Nome file: 'correnti.tex'

1 Correnti.

In elettrostatica si considerano soltanto cariche a riposo mentre in questa sezione si vuole affrontare lo studio di correnti elettriche, cioè di cariche in movimento. Per esempio, in un filo di rame *isolato* gli elettroni liberi, cioè gli *elettroni di conduzione*, si muovono in modo casuale con velocità di 10^6 m/s; in un secondo una qualsiasi sezione del filo viene attraversata da molti miliardi di elettroni di conduzione, essi però si muovono in entrambi i versi di percorrenza del filo in modo tale che il trasporto netto di carica risulta nullo; in questa situazione non c'è corrente.

Un *generatore* di corrente (per esempio una pila o una batteria) è un dispositivo in grado di mantenere una differenza di potenziale ΔV costante per un intervallo di tempo apprezzabile. Si chiama *forza elettromotrice* f_{em} la differenza di potenziale elettrico tra i suoi poli

$$f_{em} = \Delta V$$

Ora, se gli estremi del filo di rame vengono collegati ai due poli di un generatore, nel filo si ha passaggio di *corrente*. In altri termini la batteria influenza il flusso di elettroni nel filo in modo tale che il trasporto netto di carica attraverso una sua qualsiasi sezione risulta diverso da zero.

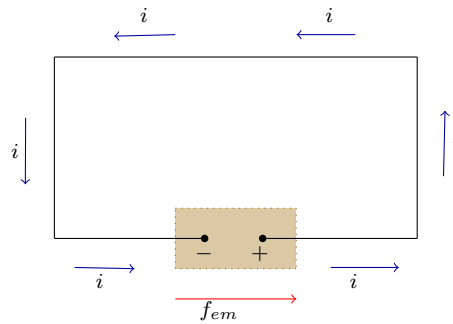


Figura 1: Verso della corrente lungo il circuito (filo di rame) e all'interno della batteria.

Ovviamente un generatore, per mantenere una differenza di potenziale costante ai suoi due poli deve compiere lavoro. Il lavoro compiuto da una batteria di forza elettromotrice f_{em} per trasferire una carica ΔQ da uno dei suoi poli all'altro è

$$W = \Delta Q f_{em} \tag{1.1}$$

1.1 Intensità di corrente.

Come si è detto, una corrente elettrica è costituita da un flusso ordinato di cariche elettriche all'interno di un conduttore. Si chiama *intensità* I di corrente elettrica il rapporto fra la quantità di carica che passa attraverso una qualsiasi sezione trasversale del conduttore in un intervallo di tempo Δt e l'intervallo stesso:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \tag{1.2}$$

L'intensità di corrente è una grandezza scalare e nel SI si misura in *Ampere* (simbolo A), un ampere è un Coulomb al secondo

$$1 A = \frac{1 \text{ Coulomb}}{1 \text{ secondo}} = \frac{1 C}{1 s}$$

Gli apparecchi elettrici delle nostre case funzionano con un'intensità di corrente dell'ordine dell'ampere (da frazioni di ampere, fino ad alcuni ampere, per stufe elettriche o scaldabagni). Per azionare un locomotore elettrico è necessaria una corrente di circa 1000 A, mentre le scariche elettriche dei fulmini raggiungono intensità fino a 100 000 A, anche se per tempi brevissimi (frazioni di millesimo di secondo). Molto meno intense, invece, sono generalmente le correnti usate per trasmettere o elaborare informazioni; i transistori contenuti in un chip di un microprocessore sono alimentati con correnti dell'ordine dei miliardesimi di ampere. Sono bassissime anche le correnti che trasportano i segnali nei neuroni del nostro sistema nervoso.

Quando in un circuito l'intensità di corrente risulta costante si parla di *correnti continue*.

Verso della corrente.

Si pensi ancora a un circuito formato da una batteria e da un filo di rame (si veda la figura 1).

Il verso della corrente nel circuito (filo) è, per convenzione, quello che va dal polo positivo (a potenziale maggiore) a quello negativo (a potenziale minore). In altre parole il verso della corrente coincide con il verso in cui si muoverebbe una carica di prova positiva posta nel filo.

All'interno del generatore la situazione è diversa: a circuito chiuso le reazioni chimiche che avvengono al suo interno provocano un flusso netto di portatori di carica positivi dal polo negativo al polo positivo.

1.1.1 Resistenza.

Applicando la stessa differenza di potenziale alle estremità di un bacchetta di ferro e a una di legno si generano correnti molto diverse. Ciò è dovuto a una caratteristica del conduttore detta *resistenza*. Per determinare la resistenza R tra due punti di un conduttore si stabilisce una determinata differenza di potenziale tra i due punti e poi si misura la corrente i che si genera

$$R = \frac{V}{i}$$

Nel SI la resistenza si misura in *ohm* (simbolo Ω)

$$1 \Omega = \frac{1 \text{ Volt}}{1 \text{ Ampere}} = \frac{1V}{1A}$$

Essendo $i = \frac{V}{R}$ più è grande la resistenza, più è piccola la corrente.

1.2 Leggi di Ohm

1.2.1 Prima legge di Ohm

Prima legge di Ohm. In molti conduttori, (ma non in tutti) la resistenza, a una ben determinata temperatura, è indipendente dal valore e dalla polarità della differenza di potenziale applicata.

Più precisamente, in conduttori di questo tipo risulta costante il rapporto tra la differenza di potenziale applicata a due diverse sezioni del conduttore e la corrente i che scorre tra di esse; quindi

$$R = \frac{\Delta V}{i} = \text{costante} \quad (1.3)$$

qualunque sia la differenza di potenziale ΔV applicata alle due sezioni del conduttore.

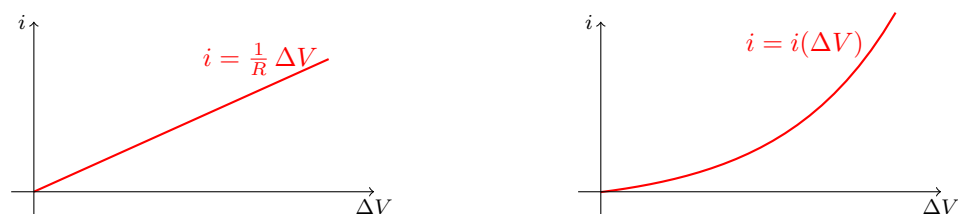


Figura 2: In un conduttore ohmico tra i e ΔV esiste una proporzionalità diretta (a), mentre in un conduttore non ohmico le due grandezze variano in modo non lineare (b).

L'uguaglianza

$$\Delta V = R i \quad (1.4)$$

valida per ogni ΔV , si chiama *prima legge di Ohm*. Un conduttore per cui vale (1.4), qualunque sia ΔV , si dice *conduttore ohmico*.

1.2.2 Legge di Ohm generalizzata

Si consideri un circuito come quello rappresentato in figura (il filo del circuito è un conduttore ohmico, per esempio un filo di rame)

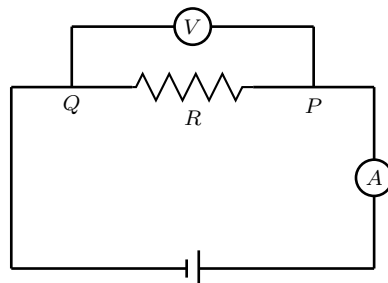


Figura 3: L'amperometro A (misuratore di intensità di corrente) è collegato in serie, mentre il voltmetro (misuratore di differenza di potenziale) in parallelo.

La differenza di potenziale ΔV tra i punti P e Q del circuito è uguale al prodotto della resistenza R per la corrente che lo attraversa $\Delta V = Ri$ (legge di Ohm). A circuito chiuso, se si vuole determinare la differenza di potenziale ΔV tra i punti P e Q bisogna tener conto della “caduta di potenziale” dovuta al passaggio della corrente all'interno del generatore, cioè

$$\Delta V = f_{em} - ri \quad (1.5)$$

dove r è la resistenza interna del generatore. Si ricava:

$$f_{em} = (R + r) i \quad (1.6)$$

detta *legge di Ohm generalizzata*.

Si osservi che a circuito chiuso la forza elettromotrice è maggiore della differenza di potenziale misurata tra i punti P e Q del circuito ($f_{em} > \Delta V$).

1.2.3 Seconda legge di Ohm

Seconda legge di Ohm. La seconda legge di Ohm chiarisce in quale modo la resistenza dipende dalle caratteristiche del conduttore. Se esso è supposto cilindrico, di sezione S e lunghezza L , si ha

$$R = \rho \frac{L}{S} \quad (1.7)$$

dove ρ indica la *resistività*, il cui valore dipende dal materiale di cui è fatto il conduttore e dalla sua temperatura. Nella seguente tabella sono riportati i valori della resistività di alcuni materiali a temperatura ambiente

Conduttori	Resistività ($\Omega \cdot \text{m}$)	Semiconduttori e isolanti	Resistività ($\Omega \cdot \text{m}$)
argento	$1,6 \cdot 10^{-8}$	germanio	0,59
rame	$1,7 \cdot 10^{-8}$	silicio	625
oro	$2,2 \cdot 10^{-8}$	carta	10^{10}
alluminio	$2,7 \cdot 10^{-8}$	vetro	10^{12}
ferro	$1,1 \cdot 10^{-7}$	porcellana	10^{12}
costantana (lega)	$4,5 \cdot 10^{-7}$	PVC	10^{13}
nicel - cromo (lega)	$1,1 \cdot 10^{-6}$	polistirolo	$> 10^{14}$
grafite	$\cdot 10^{-5}$	plexiglas	$> \cdot 10^{19}$

I conduttori hanno resistività molto piccola; essa aumenta con l'aumentare della temperatura. Per i collegamenti elettrici si utilizza preferibilmente il rame per la sua bassa resistività e per il costo relativamente contenuto. Gli isolanti, come il vetro e la porcellana, hanno resistività molto elevata perché non hanno elettroni di conduzione. I semiconduttori, come il germanio e il silicio, hanno un comportamento intermedio; essi non hanno elettroni di conduzione, tuttavia una piccola frazione di elettroni di valenza possono abbandonare l'atomo a causa dell'agitazione termica. Dunque maggiore è la temperatura del cristallo, maggiore è la carica in grado di muoversi e quindi l'intensità della corrente elettrica generata dal campo applicato. Per questo motivo la resistività dei semiconduttori diminuisce con l'aumentare della temperatura.

1.2.4 Origine microscopica della resistività

Per produrre una corrente in un filo elettrico bisogna produrre un movimento collettivo di elettroni di conduzione e per farlo serve creare al suo interno un campo elettrico \mathbf{E} parallelo alle pareti del filo stesso. Se gli elettroni di conduzione fossero liberi di muoversi senza alcun impedimento avrebbero un'accelerazione uniforme pari a $\mathbf{a} = -\frac{e\mathbf{E}}{m}$ e quindi una velocità crescente $\mathbf{v} = \mathbf{a}t$. In pochissimo tempo gli elettroni, avendo massa molto piccola, acquisterebbero velocità altissime. Le cose *non* vanno così: infatti, a temperature non troppo elevate, la velocità media \mathbf{v}_d degli elettroni risulta proporzionale al campo elettrico. Tale velocità è detta *velocità di deriva* e il suo valore è dell'ordine di

$$v_d \approx 10^{-5} \text{m/s}$$

ciò significa che in un'ora gli elettroni si spostano di pochi millimetri (più precisamente di 36 mm)!

In realtà il moto degli elettroni non è libero, essi urtano continuamente contro gli atomi, che vibrando attorno alla loro posizione di equilibrio, ostacolano il flusso degli elettroni; più frequenti sono gli urti, maggiore è la resistività del materiale.

Osservazione.

Ogni volta che l'elettrone urta contro un atomo, esso cede energia cinetica, provocando un incremento della vibrazione degli atomi attorno alla loro posizione di equilibrio e dunque un

incremento della temperatura e dell'energia termica (calore) del conduttore: questo fenomeno è detto *effetto Joule* .

1.3 Leggi di Kirchhoff.

Definizione 1.1 (Nodo di un circuito.). *Si chiama nodo di un circuito il punto in cui confluiscono più conduttori.*

Definizione 1.2 (Maglia di un circuito.). *Si chiama maglia di un circuito un qualsiasi "percorso chiuso" individuabile nel circuito.*

Prima legge di Kirchhoff (legge dei nodi). Sia P un nodo di un circuito. Se si attribuisce un verso alle correnti che confluiscono in P , per esempio, segno $+$ alle correnti uscenti e segno $-$ a quelle entranti, allora la somma algebrica di tutte le correnti che confluiscono nel nodo P è nulla.

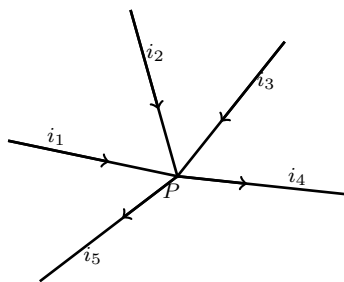


Figura 4: Nel nodo P confluiscono sei correnti: la somma delle correnti entranti $i_1 + i_2 + i_3$ uguaglia la somma di quelle uscenti i_4, i_5 .

Dette i_1, i_2, \dots, i_n tutte le correnti che confluiscono in un nodo qualsiasi di un circuito

$$i_1 + i_2 + \dots + i_n = 0 \quad (1.8)$$

Seconda legge di Kirchhoff (legge delle maglie). In ogni maglia, indipendentemente dal verso di percorrenza della corrente, la somma algebrica delle forze elettromotrici è uguale alla somma delle cadute di potenziale $R_j i_j$

$$\sum_j f_j = \sum_j R_j i_j \quad (1.9)$$

[Scrivere meglio]

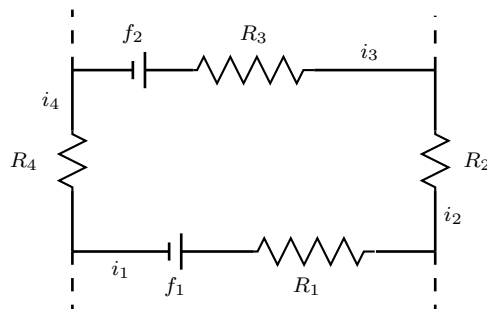


Figura 5: Ogni ramo della maglia possiede una sua resistenza ed è percorso da correnti diverse.

Per esempio in una maglia come quella rappresentata in figura la somma delle forze elettromotrici $f_1 + f_2$ è uguale alla somma delle cadute di potenziale dovute alla presenza delle quattro resistenze

$$f_1 + f_2 = R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_3 i_3 + R_4 i_4 \quad (1.10)$$

1.4 Resistenze in serie.

Se conduttori diversi sono connessi tra loro secondo lo schema rappresentato in figura si dice che sono collegati in *in serie*.



Figura 6: Resistenze in serie.

Per determinare la resistenza totale del sistema di conduttori, si procede nel seguente modo: prima si applica la legge di Ohm a ciascuna resistenza

$$\begin{aligned} V_1 - V_2 &= R_1 i \\ V_2 - V_3 &= R_2 i \\ V_3 - V_4 &= R_3 i \end{aligned} \quad (1.11)$$

e poi si sommano termine a termine le uguaglianze (1.22). Si ottiene così la differenza di potenziale agli estremi 1 e 4 del sistema di conduttori

$$V_1 - V_4 = (R_1 + R_2 + R_3) i$$

Più in generale, la differenza di potenziale ΔV alle estremità di n conduttori collegati in serie, rispettivamente di resistenze R_1, R_2, \dots, R_n è

$$\Delta V = V_1 - V_{n+1} = (R_1 + R_2 + \dots + R_n) i$$

La resistenza totale R del sistema di conduttori

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad (1.12)$$

si chiama *resistenza equivalente*.

1.5 Resistenze in parallelo.

Se conduttori diversi sono collegati tra loro secondo lo schema rappresentato in figura si dice che sono collegati in *in parallelo*.

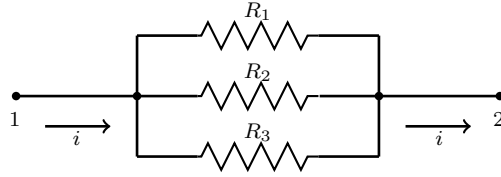


Figura 7: Resistenze in parallelo.

In questo caso, alle estremità 1 e 2 di ogni conduttore la differenza di potenziale è la stessa; pertanto, per ogni conduttore si ha

$$\begin{aligned}\frac{V_1 - V_2}{R_1} &= i_1 \\ \frac{V_1 - V_2}{R_2} &= i_2 \\ \frac{V_1 - V_2}{R_3} &= i_3\end{aligned}\tag{1.13}$$

Infine, sommando termine a termine si ottiene

$$(V_1 - V_2) = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = i_1 + i_2 + i_3 = i\tag{1.14}$$

$$V_1 - V_2 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} i\tag{1.15}$$

Quindi l'inverso della resistenza equivalente del sistema è

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}\tag{1.16}$$

Osservazione. Collegando in serie un numero sempre maggiore di conduttori la resistenza equivalente aumenta, mentre collegandoli in parallelo diminuisce. Questo fatto si può giustificare in modo euristico utilizzando l'uguaglianza $R = \rho \frac{L}{S}$ introdotta precedentemente. Mettere in serie più resistenze equivale ad aumentare la lunghezza del conduttore e quindi aumenta la resistenza complessiva, mentre metterle in parallelo equivale ad aumentare la sezione del conduttore e pertanto la resistenza equivalente diminuisce.

1.6 Effetto Joule

In un conduttore metallico (per esempio un filo di un circuito) quando una carica dQ passa da un punto a potenziale più alto V_1 ad uno a potenziale più basso V_2 il campo elettrostatico compie un lavoro pari a

$$dL = dQ(V_1 - V_2)\tag{1.17}$$

Se il trasporto di carica dQ avviene nell'intervallo di tempo dt , si ha $dQ = i dt$ e l'uguaglianza (1.17) assume la forma

$$dL = i(V_1 - V_2) dt \quad (1.18)$$

Se infine il conduttore è ohmico (come in questo caso) vale la legge di Ohm ($\Delta V = Ri$) e il lavoro compiuto dal campo elettrico si può esprimere così

$$dL = i^2 R dt \quad (1.19)$$

L'energia spesa dal campo elettrico per spostare la carica dQ si trasforma tutta in calore (non può trasformarsi in energia cinetica o potenziale perchè il moto della carica è stazionario). Questo fenomeno si chiama *effetto Joule*. In termini microscopici l'effetto Joule si può qualitativamente giustificare così: al passaggio di corrente nel conduttore i continui urti degli elettroni di conduzione con gli atomi del reticolo cristallino fanno aumentare il loro moto di agitazione disordinato. Ciò provoca un aumento dell'energia termica del conduttore che si riscalda.

1.7 Potenza elettrica.

La potenza elettrica P è il lavoro compiuto dal campo elettrico nell'unità di tempo

$$P = \frac{dL}{dt} \quad (1.20)$$

Dalle uguaglianze (1.18) e (1.19) si ricava la potenza sviluppata dal campo elettrico nelle forme seguenti

$$\begin{aligned} P &= \frac{dL}{dt} \\ &= i(V_1 - V_2) \\ &= i^2 R \end{aligned} \quad (1.21)$$

La potenza elettrica si misura in **Watt** (simbolo W)

$$1 W = 1 \text{ Ampere} \cdot 1 \text{ Volt} = 1 A \cdot 1 V$$

1.8 Lavoro di estrazione di un elettrone da un metallo

Come si è più volte detto nei paragrafi precedenti gli elettroni di conduzione in un conduttore metallico sono assimilabili a un gas che non può lasciare il metallo: le forze coulombiane esercitate dagli atomi vicini gli impediscono di allontanarsi dalla superficie del metallo. Se \mathcal{E}_e è l'energia posseduta dall'elettrone e \mathcal{E}_∞ l'energia che possiederebbe a distanza infinita dalla superficie del conduttore, deve necessariamente essere $\mathcal{E}_e < \mathcal{E}_\infty$.

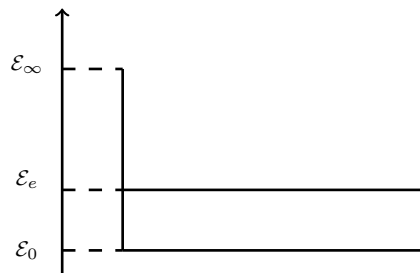


Figura 8: L'elettrone si trova in una buca di potenziale. Per estrarlo dal metallo occorre fornirgli energia.

Quindi per “strappare” un elettrone al metallo occorre fornirgli energia pari a:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\infty} - \mathcal{E}_e$$

1.9 Conduzione elettrica nei liquidi e nei gas

La conducibilità elettrica di liquidi e gas varia a seconda della quantità di ioni presenti al loro interno.

Conducibilità nei liquidi.

Oli e paraffina sono ottimi isolanti perchè non presentano alcuna dissociazione ionica; anche l'acqua distillata è un buon isolante, perchè sono poche le molecole al suo interno che si dissociano in ioni H^+ e OH^- . Tuttavia se in acqua si discioglie un acido, una base o un sale (sostanze dette *elettroliti*) la sua conducibilità cambia notevolmente. Infatti la molecola di soluto, sciogliendosi, assorbe calore; i legami (di tipo coulombiano) che tengono uniti gli ioni si indeboliscono a tal punto che gli urti dovuti alla sola agitazione termica sono sufficienti a scindere la molecola in ioni. Il numero di “portatori di carica” presenti nella soluzione aumenta notevolmente.

Se in questa situazione si introducono all'interno della soluzione due *elettrodi* collegati ai poli di un generatore si verifica una migrazione degli ioni verso gli elettrodi di segno opposto.

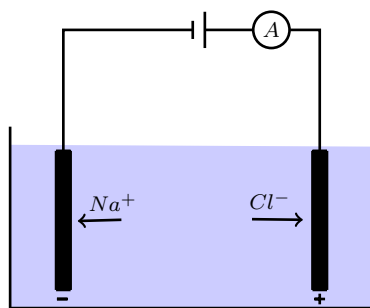


Figura 9: Il cloruro di sodio disciolto in acqua si scinde in ioni Na^+ che si dirigono verso il catodo e in ioni Cl^- che si dirigono verso l'anodo.

Gli ioni positivi si dirigono verso il catodo (polo negativo) e gli ioni negativi verso l'anodo (polo positivo). Una volta raggiunti i poli gli ioni acquistano o perdono gli elettroni necessari per neutralizzarsi e poi abbandonano la soluzione (si depositano sugli elettrodi o si liberano sotto forma di gas). Il prelievo e la cessione di elettroni agli elettrodi determina il passaggio di corrente nel circuito esterno alla soluzione (cosa che può essere verificata mediante l'amperometro inserito nel circuito).

Il fenomeno della conduzione elettrica in soluzioni elettrolitiche si chiama *elettrolisi* e la cella in cui si realizza l'elettrolisi è detta *voltmetro* (da non confondere con il voltmetro che misura differenze di potenziale).

Osservazioni.

1. Nei metalli il passaggio di corrente è dovuto al moto ordinato di elettroni di conduzione che posseggono masse talmente piccole da poter sostanzialmente affermare che il trasporto di carica avviene senza trasporto di materia. Negli elettroliti invece la corrente è dovuta al movimento di molecole o atomi ionizzati che hanno masse alcune migliaia di volte più grandi rispetto a quelli degli elettroni.
2. La velocità di deriva degli ioni è molto minore di quella degli elettroni di conduzione. Per esempio, a parità di campo elettrico la velocità di deriva degli elettroni liberi in un filo di rame è più di mille volte maggiore rispetto a quella degli ioni H^+ in acqua.
3. Si può verificare sperimentalmente che in una soluzione elettrolitica vale la legge di Ohm.

Conducibilità nei gas.

In linea di principio le molecole dei gas sono elettricamente neutre e di conseguenza i gas risultano essere ottimi isolanti. Tuttavia accade spesso che un gas sia parzialmente ionizzato dall'azione di agenti esterni che, colpendo le sue molecole, riescono a "strappargli" un elettrone. Si produce così uno ione positivo e un elettrone: l'elettrone a sua volta può muoversi liberamente nel gas o venir catturato da un'altra molecola che si trasforma così in ione negativo. Comunque avvenga il processo di ionizzazione, esso genera una coppia di portatori di carica di segno opposto che causa il passaggio di corrente nel gas.

Si tenga presente che in un gas, come in ogni altro mezzo, la conducibilità elettrica dipende dal numero di portatori di carica presenti e dalla loro mobilità; i fenomeni che dipendono dalla conducibilità elettrica di un gas sono molti, e di natura complessa.



Figura 10: Resistenze in serie.

Per determinare la resistenza totale del sistema di conduttori, si procede nel seguente modo: prima si applica la legge di Ohm a ciascuna resistenza

$$\begin{aligned}V_1 - V_2 &= R_1 i \\V_2 - V_3 &= R_2 i \\V_3 - V_4 &= R_3 i\end{aligned}\tag{1.22}$$

e poi si sommano termine a termine le uguaglianze (1.22). Si ottiene così la differenza di potenziale agli estremi 1 e 4 del sistema di conduttori

$$V_1 - V_4 = (R_1 + R_2 + R_3) i$$

Più in generale, la differenza di potenziale ΔV alle estremità di n conduttori collegati in serie, rispettivamente di resistenze R_1, R_2, \dots, R_n è

$$\Delta V = V_1 - V_{n+1} = (R_1 + R_2 + \dots + R_n) i$$

La resistenza totale R del sistema di conduttori

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n\tag{1.23}$$

si chiama *resistenza equivalente*.

1.10 Resistenze in parallelo.

Se conduttori diversi sono collegati tra loro secondo lo schema rappresentato in figura si dice che sono collegati in *in parallelo*.



Figura 11: