Liceo Scientifico "L. CREMONA". V.le Marche 73 - 20159 Milano

Classe quarta - Docente: Mauro Saita - Data:

TEST DI MATEMATICA

Equazioni goniometriche

Cognome:	**Nome:**

Rispondere per iscritto ai seguenti quesiti sul foglio protocollo e riportare la risposta nel box affianco a ciascuna equazione.[1]

1. Determinare, se esistono, le soluzioni delle seguenti equazioni nel campo $\mathbb{R}$ dei numeri reali.

1. $\frac{1}{\tan x} + \cot^2 x = 1 + \tan x$

2. $\sin x + \cos x = \cos 2x$

3. $\sin 2x \, \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{4}$

4. $\sin(\frac{5}{4}\pi + x) - \cos(x - \frac{3}{4}\pi) = \sqrt{6}\cos x - \sqrt{2}$

[1] File tex: verifica_02_goniometria_equazioni_2022.tex

Per ogni quesito mettere una crocetta su $\boxed{V}$ = *Vero o su* $\boxed{F}$ = *Falso e riportare le argomentazioni nel box che si trova sotto a ciascun quesito.*

2. Vero o Falso?

1. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$ $\cos\alpha + \sin\alpha \geq 1$, per ogni $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$.

2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$ Se $\beta = \frac{3}{2}\pi - \alpha$ allora $\sin\alpha + \sin\beta = 0$, per ogni $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$ $2\cos^2\frac{\alpha}{2}\,\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} = \cos\alpha$, per ogni $\alpha \neq k\pi$.

4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$ $\frac{\sin x - \sin y}{\cos y - \cos x} = -\cot\frac{x+y}{2}$, $(\cos y - \cos x \neq 0)$.

5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$ Se $\frac{2}{3}\pi < \alpha < \pi$ allora $\frac{\sqrt{3}}{2} < |\cos\alpha| < 1$.

Risposte

Liceo Scientifico "L. CREMONA". V.le Marche 73 - 20159 Milano

Classe quarta - Docente: Mauro Saita - Data:

TEST DI MATEMATICA

Equazioni goniometriche

Cognome:	**Nome:**

Rispondere per iscritto ai seguenti quesiti sul foglio protocollo e riportare la risposta nel box affianco a ciascuna equazione.

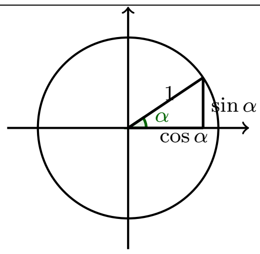
1. Determinare, se esistono, le soluzioni delle seguenti equazioni nel campo $\mathbb{R}$ dei numeri reali.

	Equazione	Risposta
1.	$\frac{1}{\tan x} + \cot^2 x = 1 + \tan x$	$x = \pm\frac{\pi}{4} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$
2.	$\sin x + \cos x = \cos 2x$	$x = \frac{3}{4}\pi + k\pi$ $x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ $x = 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$
3.	$\sin 2x \, \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{4}$	$x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}$ $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$
4.	$\sin(\frac{5}{4}\pi + x) - \cos(x - \frac{3}{4}\pi) = \sqrt{6}\cos x - \sqrt{2}$	$x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ $x = \frac{11}{6}\pi + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

Per ogni quesito mettere una crocetta su $\boxed{V}$ = *Vero o su* $\boxed{F}$ = *Falso e riportare le argomentazioni nel box che si trova sotto a ciascun quesito.*

2. Vero o Falso?

1. $\boxed{\text{V}\checkmark}$ $\boxed{\text{F}}$ $\cos\alpha + \sin\alpha \geq 1$, per ogni $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$.



In ogni triangolo un lato è minore della somma degli altri due: $1 \leq \cos\alpha + \sin\alpha$

2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}\checkmark}$ Se $\beta = \frac{3}{2}\pi - \alpha$ allora $\sin\alpha + \sin\beta = 0$, per ogni $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Controesempio.

Per $\alpha = 0:\ \sin 0 + \sin\frac{3}{2}\pi = -1$.

3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}\checkmark}$ $2\cos^2\frac{\alpha}{2}\,\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} = \cos\alpha$, per ogni $\alpha \neq k\pi$.

$$\begin{aligned}
2\cos^2\tfrac{\alpha}{2}\,\tfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} &= (1+\cos\alpha)\frac{(1-\cos\alpha)}{\sin\alpha}\\
&= \tfrac{\sin^2\alpha}{\sin\alpha}\\
&= \sin\alpha
\end{aligned}$$

4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}\checkmark}$ $\frac{\sin x - \sin y}{\cos y - \cos x} = -\cot\frac{x+y}{2}$, $(\cos y - \cos x \neq 0)$.

$$\begin{aligned}
\tfrac{\sin x - \sin y}{\cos y - \cos x} &= \frac{2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}}{-2\sin\frac{y+x}{2}\sin\frac{y-x}{2}}\\
&= \frac{2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}}{+2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}} \quad = \quad \cot\frac{x+y}{2}
\end{aligned}$$

5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}\ \checkmark}$ Se $\frac{2}{3}\pi < \alpha < \pi$ allora $\frac{\sqrt{3}}{2} < |\cos\alpha| < 1$.

Se $\frac{2}{3}\pi < \alpha < \pi$ allora: $\ -1 < \cos\alpha < -\frac{1}{2}$.

Quindi, $\frac{1}{2} < |\cos\alpha| < 1$