

Vero o Falso? Rispondere ai seguenti quesiti motivando per iscritto sul foglio protocollo.

1. V F La funzione $\mathbb{R}_{>0} \xrightarrow{\ln} \mathbb{R}$ è strettamente crescente.
2. V F Siano A e B due numeri reali. Se $A < B$ allora $(\frac{1}{2})^A < (\frac{1}{2})^B$.
3. V F Per ogni $x, y \in \mathbb{R}_{>0}$ si ha: $\log x - \log y = \log\left(\frac{x}{y}\right)$.
4. V F Per ogni $x \in \mathbb{R}_{>0}$ si ha: $x = a^{\log_a x}$, dove a è un numero reale positivo.
5. V F Esiste un'unica funzione $(\mathbb{R}_{>0}, +) \xrightarrow{f} (\mathbb{R}, \cdot)$ per cui $f(1) = 5$ con la seguente proprietà: $f(x + y) = f(x)f(y)$, per ogni $x, y \in \mathbb{R}$.

Scrivere le soluzioni sul quaderno, in modo conciso.

1. Tracciare il grafico delle seguenti funzioni:

1. $(+2, +\infty) \xrightarrow{f} \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x - 2)$
2. $(0, +\infty) \xrightarrow{f} \mathbb{R}$, $f(x) = \ln|x|$
3. $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$, $f(x) = 2e^x - 2$
4. $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$, $f(x) = e^{|x|}$

2. Dopo quanto tempo un chilogrammo di uranio radioattivo ^{238}U si riduce a meno di un grammo? (In altre parole, quanto tempo deve trascorrere affinché un chilogrammo di uranio radioattivo ^{238}U si riduca a meno di $\frac{1}{1000}$ della quantità iniziale?)

Il tempo di dimezzamento di ^{238}U è $4,5 \cdot 10^9$ anni.

3. In una coltura batterica sono presenti inizialmente 10^6 batteri. Il loro numero raddoppia ogni 20 minuti.

1. Quanti batteri ci saranno nella coltura dopo 24 ore?
2. Dopo quanto tempo il numero di batteri nella coltura sarà pari al 25% della quantità finale?

4. All'inizio dell'anno 2014 investite 5000 euro. La banca vi assicura un interesse annuo del 2,5%. Quale sarà il vostro capitale dopo 20 anni se ogni anno decidete di reinvestire anche gli interessi?

5. Quante cifre ha il numero 9^{70} nella rappresentazione decimale?