

# FENOMENI ELETTROMAGNETICI DIPENDENTI DAL TEMPO

## Indice degli argomenti

- 1 Definizione di curva concatenata con il circuito
- 2 Corrente di spostamento
- 3 Quarta equazione di Maxwell

# Quando una curva chiusa si dice concatenata con il circuito?

Si consideri un circuito con una geometria qualsiasi e una curva chiusa  $\gamma$ .

## *Prima definizione.*

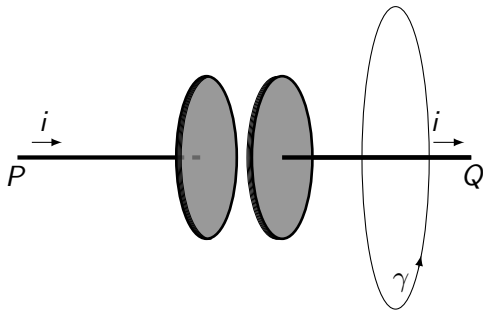
Si dice che la curva  $\gamma$  è **concatenata con il filo** se **ogni** superficie  $S$  di bordo  $\gamma$  interseca il filo; viceversa si dice che  $\gamma$  **non è concatenata con il filo** se esiste una superficie  $S$  di bordo  $\gamma$  che non interseca il filo.

# Quando una curva chiusa si dice concatenata con il circuito?

## *Seconda definizione.*

Si dice che la curva  $\gamma$  è **concatenata con il filo** se **ogni** deformazione continua che riduce la curva  $\gamma$  a un punto interseca il filo conduttore almeno una volta; viceversa si dice che  $\gamma$  **non è concatenata con il filo** se esiste una deformazione continua che riduce la curva  $\gamma$  a un punto senza mai intersecare il filo.

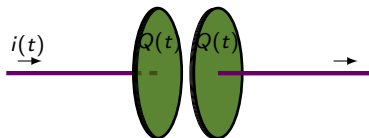
## Esempio 2: La curva $\gamma$ è concatenata con il circuito?



**Figure:** Circuito formato da un condensatore e da un generatore di corrente.

**Risposta: NO!**

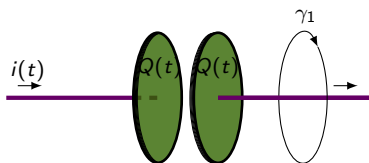
Che cosa succede durante la fase di carica di un condensatore?



### Carica e corrente variano nel tempo

Inizialmente la carica  $Q = Q(t)$  (su ogni armatura) è nulla mentre la corrente che scorre nel conduttore è massima. Con il trascorrere del tempo la carica cresce fino al raggiungimento di un certo valore massimo (che dipende dalla capacità del condensatore) e la corrente diminuisce fino ad annullarsi.

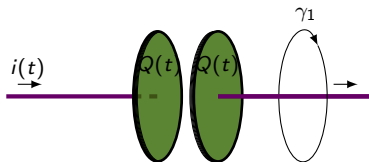
## Qual è il problema?



Secondo la legge di Ampere  $\int_{\gamma_1} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 0$  perché  $\gamma_1$  non è concatenata con il circuito.

Tuttavia, all'istante  $t$  della fase di carica del condensatore, la corrente  $i(t)$  è diversa da zero. Tale corrente causa, nelle immediate vicinanze del filo, un campo magnetico che, per questioni di simmetria, ha in ogni punto di  $\gamma_1$  intensità costante, diciamo pari a  $B$ .

## Qual è il problema? (Continuazione)



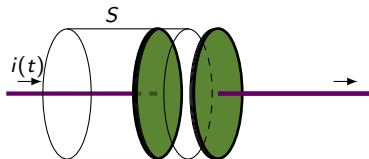
Si ottiene:

$$\int_{\gamma_1} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \int_{\gamma_1} B dl = B 2\pi r \neq 0$$

dove  $r$  è il raggio di  $\gamma_1$ .

**C'è qualcosa che non va!**

## Come Maxwell risolve la contraddizione



Fra le armature del condensatore si crea un campo elettrico  $\mathbf{E}$ . Il flusso  $\Phi(\mathbf{E})$  uscente dalla superficie (gaussiana)  $S$  rappresentata in figura è, per il teorema di Gauss:

$$\Phi(\mathbf{E}) = \frac{Q(t)}{\epsilon_0} \quad \longrightarrow \quad Q(t) = \epsilon_0 \Phi(\mathbf{E})$$



## Come Maxwell risolve la contraddizione

Derivando rispetto al tempo si ottiene:

$$\frac{dQ(t)}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\mathbf{E})}{dt}$$

Maxwell chiamò questa corrente, **corrente di spostamento**

$$i_s = \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\mathbf{E})}{dt}$$

Al contrario della corrente di conduzione che scorre nel filo **la corrente di spostamento non è un flusso di cariche**, tuttavia ha le dimensioni di una corrente:

$\epsilon_0 \frac{d\Phi(\mathbf{E})}{dt}$  si misura in Ampere

$$\left[ \epsilon_0 \frac{d\Phi(\mathbf{E})}{dt} \right] = \left[ \frac{C^2}{N \cdot m^2} \frac{\frac{N}{C} m^2}{s} \right] = \left[ \frac{C}{s} \right] = [A]$$

Corrente di conduzione e corrente di spostamento si possono sommare!

## Quarta equazione di Maxwell

Maxwell modificò la legge di Ampere nel seguente modo:.

$$\begin{aligned}\int_{\gamma_1} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} &= \mu_0(i + i_s) \\ &= \mu_0 i + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi(\mathbf{E})}{dt}\end{aligned}$$