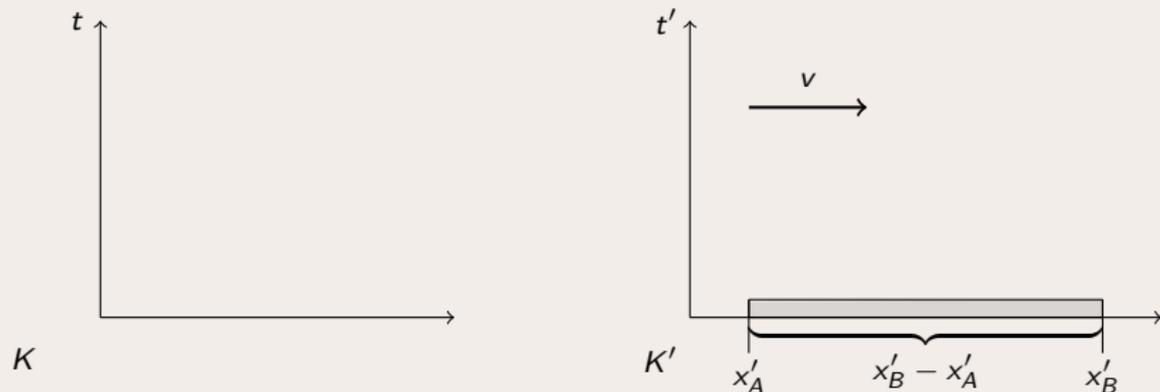


# RELATIVITÀ SPECIALE

## parte seconda

# Come si comportano aste rigide e orologi in movimento

## Contrazione delle lunghezze



**Figure:** Un'asta rigida, solidale con il sistema  $K'$ , ha le estremità in  $x'_A$  e  $x'_B$ . La lunghezza dell'asta rigida, misurata in  $K'$ , è pari a  $\Delta x' = x'_B - x'_A$ .

# Come si comportano aste rigide e orologi in movimento

## Contrazione delle lunghezze

In  $K$  le coordinate dell'estremità dell'asta sono:

$$x'_A = \gamma (x_A - vt_A), \quad x'_B = \gamma (x_B - vt_B) \quad (1)$$

Per trovare la lunghezza dell'asta rispetto al sistema di riferimento  $K$  è necessario determinare le coordinate spaziali  $x$  delle estremità dell'asta allo stesso istante di tempo  $t = t_A = t_B$ .

Sottraendo membro a membro le uguaglianze (1) (avendo posto  $t = t_A = t_B$ ) si ottiene:

$$x'_B - x'_A = \gamma (x_B - vt) - \gamma (x_A - vt) = \gamma (x_B - x_A) \quad (2)$$

# Come si comportano aste rigide e orologi in movimento

## Contrazione delle lunghezze

Se si indica la **lunghezza a riposo**, cioè la lunghezza in  $K'$ , con

$$L_0 = (x'_B - x'_A) \quad (3)$$

e la lunghezza in  $K$ , al tempo  $t = t_A = t_B$ , con

$$L = (x_B - x_A) \quad (4)$$

dall'uguaglianza (2) si ottiene:

$$L_0 = \gamma L \quad (5)$$

e

$$L = \gamma^{-1} L_0 \quad (6)$$

# Come si comportano aste rigide e orologi in movimento

## Contrazione delle lunghezze

L'uguaglianza  $L = \gamma^{-1} L_0$  mostra che la lunghezza di un corpo nella direzione del suo moto con velocità uniforme  $v$  è ridotta di un fattore  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ ; il fenomeno è detto **contrazione delle lunghezze**. L'asta rigida ha lunghezza maggiore nel sistema di riferimento nel quale è a riposo, tale lunghezza è chiamata lunghezza a riposo o **lunghezza propria**.

La lunghezza di un'asta rigida tende a zero se la velocità  $v$  tende alla velocità della luce.

# Come si comportano aste rigide e orologi in movimento

## Dilatazione dei tempi

Siano  $K$  e  $K'$  due sistemi di riferimento inerziali. La velocità di  $K'$ , misurata da  $K$ , è pari a  $v$  (direzione e verso sono quelli dell'asse  $x$ ). Un orologio si trova, in quiete, nella posizione  $x'$  di  $K'$ , cioè l'orologio è solidale con il sistema  $K'$  e la sua posizione è  $x'$ . L'orologio registra due eventi in successione, il primo al tempo  $t'_1$  e il secondo a  $t'_2$ ; la durata complessiva è

$$T_0 = t'_2 - t'_1$$

$T_0$  indica il **tempo proprio**.

# Come si comportano aste rigide e orologi in movimento

## Dilatazione dei tempi

Per il sistema  $K$ , utilizzando la trasformazione di Lorentz, si ha:

$$t_1 = \gamma \left( t'_1 + \frac{v}{c^2} x' \right), \quad t_2 = \gamma \left( t'_2 + \frac{v}{c^2} x' \right)$$

Sottraendo membro a membro:

$$T = \gamma (t'_2 - t'_1) = \gamma T_0$$

Quindi, la durata del fenomeno, misurata da  $K$ , è pari a  $T$ , un tempo **maggiore** rispetto a  $T_0$ .

Il tempo si **dilata** cioè, gli orologi in movimento ... **rallentano**.