IIS CREMONA

Liceo Scientifico Statale "Luigi Cremona" (Milano).

Classe: _____ Docente: Mauro Saita. Data: _____

VERIFICA DI FISICA.

Induzione magnetica

Rispondere per iscritto ai seguenti quesiti sul foglio protocollo.

Tempo della prova: 55 minuti. [1]

Esercizio 1. Con un filo conduttore è stata realizzata una spira circolare di area $8,1 \cdot 10^{-2}$ m^2 e resistenza $R = 120\ \Omega$. Essa viene immersa in un campo magnetico ortogonale al piano della spira e di intensità $0,52$ T. Con quale rapidità deve variare il campo magnetico affinchè la corrente indotta nella spira sia di $0,41$ A? (Esprimere la rapidità di variazione di B in T/s).

Esercizio 2. Un solenoide rettilineo è lungo 100 cm, ha sezione circolare di diametro $8,00$ cm e è costituito da 1500 spire strettamente affiancate. Esso è percorso da una corrente (continua) di 5 A. Determinare

1. l'intensità del campo magnetico all'interno del solenoide;
2. il flusso del campo magnetico autoconcatenato con il solenoide;
3. l'induttanza L del solenoide;
4. se il solenoide viene avvolto attorno a un cilindro (pieno) costituito da un materiale di permeabilità relativa $\mu_r = 800$, di quanto aumenta il campo magnetico all'interno del solenoide? Di quanto aumenta la sua induttanza?

Esercizio 3. Un circuito è costituito da una resistenza e da un condensatore. Esso è immerso in un campo magnetico **B** avente direzione perpendicolare al piano contenente il circuito e verso *uscente* dal foglio (si veda la figura). Se l'intensità del campo magnetico aumenta quale armatura del condensatore (inferire/superiore) acquista una carica positiva?

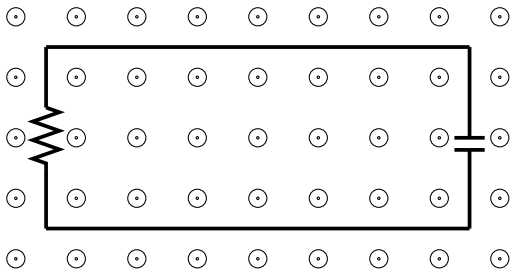


Figura 1: Circuito con resistenza e condensatore immerso in un campo magnetico la cui intensità aumenta nel tempo.

[1] File tex: verifica03_induzione_5e_2018.tex

Esercizio 4. Una barretta metallica di lunghezza 30 cm viene posta su due rotaie di un conduttore a "U " avente resistenza trascurabile. Il sistema è immerso in un campo magnetico uniforme e costante di intensità $\mathbf{B} = 2,4$ T, direzione perpendicolare alle rotaie e verso quello mostrato in figura. La barretta ha resistenza $R = 1,2\ \Omega$.

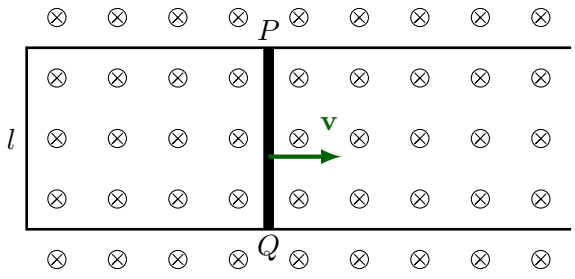


Figura 2:

Determinare la forza esterna che si deve applicare alla barretta affinché si muova con velocità costante di $0,35$ m/s.

Esercizio 5. La massima forza elettromotrice di un generatore che ruota a 300 giri/min è di 50 V. A quale velocità deve ruotare il rotore del generatore se si vuole che la massima f.e.m. indotta sia di 65 V

Soluzioni

Esercizio 1. Dalla legge di Faraday: $f_i = \dfrac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt}$ e da: $f_i = R\,i$ si ricava:

$$i = \frac{1}{R}\,\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt}$$

Ricordando che $\Phi(\mathbf{B}) = BA$ e che l'area A è costante nel tempo

$$i = \frac{1}{R}\,\frac{d(BA)}{dt} = \frac{A}{R}\,\frac{d(B)}{dt}$$

Pertanto la rapidità di variazione del campo magnetico B è

$$\frac{d(B)}{dt} = \frac{Ri}{A} = \frac{120\ \Omega \cdot 0,41\ \text{A}}{8,1 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^2} = 607\ \text{T/s}$$

Esercizio 2.

1. All'interno del solenoide il campo magnetico è costante e vale

$$B = \mu_0\, n\, i = \mu_0\,\frac{N}{l}\,i = 4\,\pi \cdot 10^{-7}\frac{1500}{1\ \text{m}}\,5\ \text{A} = 9,42 \cdot 10^{-3}\ \text{T}$$

2. L'area della sezione circolare del solenoide è $S = \pi\ (0,04)^2\ \text{m}^2$. Il flusso autoconcatenato con il solenoide è

$$\Phi(\mathbf{B}) = N\,B\,S = 1500 \cdot (9,42 \cdot 10^{-3}\ \text{T}) \cdot (5,02 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2) = 7,1 \cdot 10^{-2}\ \text{Wb}$$

3. Induttanza $= L = \dfrac{\Phi(\mathbf{B})}{i} = \dfrac{7,1 \cdot 10^{-2}\ \text{Wb}}{5\ \text{A}} = 1,4 \cdot 10^{-2}\ \text{H}$

4. Nel caso in cui il solenoide sia avvolto attorno a un cilindro di permeabilità relativa $\mu_r = 800$, il campo magnetico, e di conseguenza il flusso aumenta di 800 volte. Segue che anche l'induttanza aumenta di 800 volte.

Esercizio 3. La variazione di intensità del campo magnetico $\mathbf{B}$ (che sta aumentando) causa una variazione del flusso $\Phi(\mathbf{B})$ concatenato con il circuito che a sua volta (legge di Faraday) genera una corrente indotta. Per la legge di Lenz tale corrente deve circolare nel circuito in modo da opporsi al cambiamento che l'ha generata. Quindi la corrente deve circolare in senso *orario* in modo da generare un campo magnetico indotto opposto a $\mathbf{B}$, ossia entrante nel foglio. Il condensatore inizia a caricarsi e la sua l'armatura *superiore* acquista carica positiva.

Esercizio 4.

Il flusso $\Phi(\mathbf{B})$ concatenato con il circuito varia perchè varia l'area del circuito e di conseguenza, nel circuito si genera una forza elettromotrice indotta

$$f_i = B\,l\,v$$

e una corrente i dipendente solo dalla resistenza della barretta (il resto del circuito ha resistenza trascurabile)

$$i = \frac{f_i}{R} = \frac{B\,l\,v}{R}$$

Per quanto riguarda le forze esterne che agiscono sulla barretta la situazione è questa: essa è immersa in un campo magnetico $\mathbf{B}$ e è percorsa da corrente i. Allora sulla barretta agisce la forza

$$\mathbf{F}_m = i\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

Verso e direzione sono quelli indicati in figura.

Quindi per mantenere in moto la barretta a velocità costante è necessario utilizzare una forza esterna $\mathbf{F}_e$ che sia esattamente opposta a $\mathbf{F}_m$.

Facendo i conti si ottiene:

$$f_i = 2,4\ \text{T} \cdot 0,30\ \text{m} \cdot 0,35\ \text{m/s} = 0,252\ \text{V}$$

$$i = \frac{0,252\ \text{V}}{1,2\ \Omega} = 0,21\ \text{A}$$

$$\mathbf{F}_m = 2,4\ \text{T} \cdot 0,21\ \text{A} \cdot 0,30\ \text{m} = 0,15\ \text{N}$$

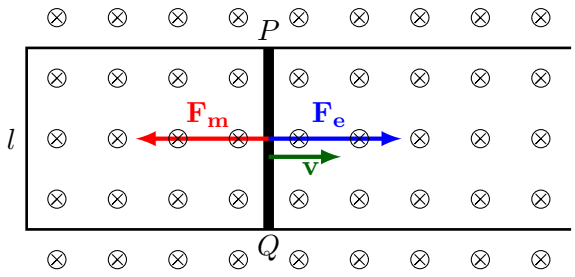


Figura 3:

Esercizio 5. Da $f = NBA\omega\,\sin(\omega t)$ si ricava che la forza elettromotrice massima è

$$f_{\max} = NBA\omega$$

Segue che

$$NBA = \frac{f_{\max,1}}{\omega_1} = \frac{f_{\max,2}}{\omega_2}$$

Quindi

$$\omega_2 = \frac{f_{\max,2}}{f_{\max,1}}\omega_1 = \frac{65\ \text{V}}{50\ \text{V}}\ 300\ \text{giri/min} = 390\ \text{giri/min}$$

IIS CREMONA

Liceo Scientifico Statale "Luigi Cremona" (Milano).

Classe: _____ Docente: Mauro Saita. Data: _____

VERIFICA DI FISICA.

Leggi di Maxwell per campi stazionari. Induzione magnetica

Rispondere per iscritto ai seguenti quesiti sul foglio protocollo.

Tempo della prova: 55 minuti. [2]

1.

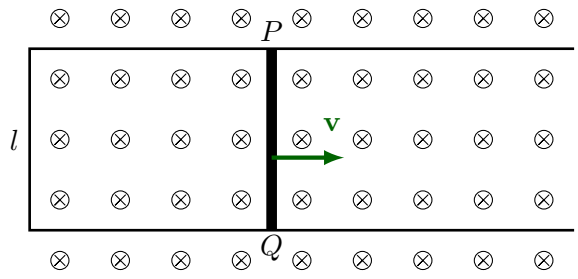
(a) Scrivere (con cura) in forma integrale le quattro equazioni di Maxwell per campi elettrici e magnetici stazionari. Commentare sinteticamente ogni singola legge.

(b) Utilizzando la quarta legge di Maxwell (Legge di Ampère) ricavare il campo magnetico **B** (intensità, direzione e verso) generato da un filo rettilineo percorso da corrente di intensità i.

2. Con un filo conduttore è stata realizzata una spira circolare di area $8,1 \cdot 10^{-2}$ m^2 e resistenza $R = 120\ \Omega$. Essa viene immersa in un campo magnetico ortogonale al piano della spira e di intensità $0,52$ T. Con quale rapidità deve variare il campo magnetico affinchè la corrente indotta nella spira sia di $0,41$ A? (Esprimere la rapidità di variazione di B in T/s).

3. Una barra di metallo di lunghezza $l = 0,76$ m si muove con velocità $v = 2,0$ m/s in direzione perpendicolare a un campo magnetico. Trovare l'intensità del campo magnetico quando la f_{em} indotta tra le estremità della barra è pari a $0,45$ V.

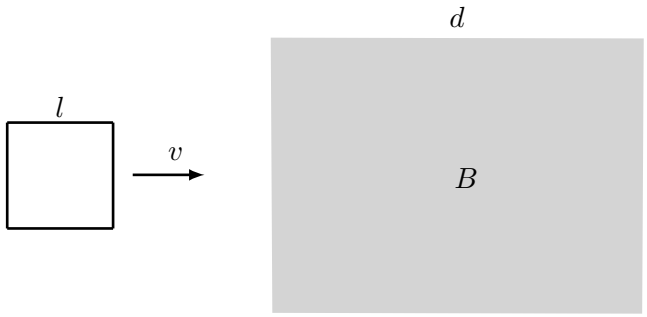
4. Una barretta metallica di lunghezza 30 cm viene posta su due rotaie di un conduttore a "U " avente resistenza trascurabile. Il sistema è immerso in un campo magnetico uniforme e costante di intensità $\mathbf{B} = 2,4$ T, direzione perpendicolare alle rotaie e verso quello mostrato in figura. La barretta ha resistenza $R = 1,2\ \Omega$.



Determinare la forza esterna che si deve applicare alla barretta affinché essa si muova con velocità costante di $0,35$ m/s.

[2] File tex: verifica03_induzione_5e_2018.tex

5. Una spira quadrata rigida, di lato $l = 12$ cm e resistenza $R = 25\ \Omega$, viene trascinata con velocità orizzontale, che rimane sempre costante e di intensità $v = 3$ m/s. La spira entra in una zona di larghezza $d > l$ in cui vi è un campo magnetico $B = 4,5$ T, ortogonale alla spira ed entrante nel piano del disegno.



Determinare

(a) il verso della corrente indotta nella spira nelle varie fasi del moto.

(b) la forza (direzione, verso e intensità) che agisce sulla spira nelle diverse fasi del moto.

(c) l'energia totale dissipata nella resistenza dopo che la spira è completamente uscita dalla zona con campo magnetico.

Soluzioni

1.

Equazioni di Maxwell per campi elettrici e magnetici che *non variano nel tempo.*

(Qui si riportano le quattro equazioni *senza* gli indispensabili commenti che ne permettono una corretta lettura).

(a) **Teorema di Gauss per il campo elettrico**

$$\Phi_S(\mathbf{E}) = \int_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n}\, dS = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$$

dove S è una qualsiasi superficie chiusa orientata.

(b) **Conservatività del campo elettrico**

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

(c) **Teorema di Gauss per il campo magnetico**

$$\Phi_S(\mathbf{B}) = \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n}\, dS = 0$$

dove S è una qualsiasi superficie chiusa orientata.

(d) **Teorema di Ampere.**

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = n\, \mu_0 i_c$$

2. Dalla legge di Faraday: $f_i = \dfrac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt}$ e da: $f_i = R\, i$ si ricava:

$$i = \frac{1}{R} \frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt}$$

Ricordando che $\Phi(\mathbf{B}) = BA$ e che l'area A è costante nel tempo

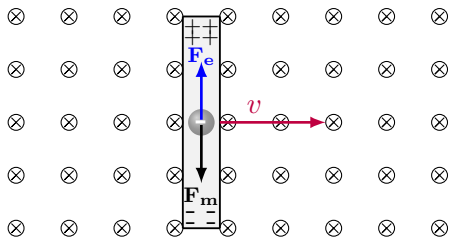
$$i = \frac{1}{R} \frac{d(BA)}{dt} = \frac{A}{R} \frac{d(B)}{dt}$$

Pertanto la rapidità di variazione del campo magnetico B è

$$\frac{d(B)}{dt} = \frac{Ri}{A} = \frac{120\ \Omega \cdot 0,41\ \text{A}}{8,1 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^2} = 607\ \text{T/s}$$

3.

Facciamo riferimento alla seguente figura.



Ogni singolo elettrone si muove orizzontalmente verso destra con velocità v; su di esso si esercita una forza magnetica $\mathbf{F_m} = e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ avente direzione verticale, orientamento verso il basso e modulo evB.

La forza $\mathbf{F_m}$ fa muovere gli elettroni liberi verso il basso producendo una carica totale negativa nella parte inferiore della barretta e una uguale carica totale positiva nella parte superiore. La separazione di cariche genera un campo elettrico $\mathbf{E}$ che diventa via via più intenso con l'accumularsi delle cariche alle estremità della barretta. Il moto degli elettroni verso il basso continua finchè la forza $e\,\mathbf{E}$ (verticale e orientata verso l'alto) non eguaglia la forza magnetica. Quando le due forze si equilibrano si ha $e\,\mathbf{E} = e\,v\,B$; nella situazione di equilibrio l'intensità del campo elettrico è

$$E = vB$$

Quindi, la differenza di potenziale alle estremità della barretta , ossia la f.e.m indotta, è

$$\Delta V = E\,l = B\,l\,v$$

Nel caso qui in esame ricaviamo: $\Delta V = 0,45\ \text{V} = \text{B}\,(0,76\ \text{m})\,(2,0\ \text{m/s})$, ossia

$$B = \frac{0,45\ \text{V}}{(0,76\ \text{m})\,(2,0\ \text{m/s})} = 0,30\ \text{T}$$

4.

Il flusso $\Phi(\mathbf{B})$ concatenato con il circuito varia perchè varia l'area del circuito e di conseguenza, nel circuito si genera una forza elettromotrice indotta

$$f_i = B\,l\,v$$

e una corrente i dipendente solo dalla resistenza della barretta (il resto del circuito ha resistenza trascurabile)

$$i = \frac{f_i}{R} = \frac{B\,l\,v}{R}$$

Per quanto riguarda le forze esterne che agiscono sulla barretta la situazione è questa: essa è immersa in un campo magnetico $\mathbf{B}$ e è percorsa da corrente i. Allora sulla barretta agisce la forza

$$\mathbf{F}_m = i\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

Verso e direzione sono quelli indicati in figura.

Quindi per mantenere in moto la barretta a velocità costante è necessario utilizzare una forza esterna $\mathbf{F}_e$ che sia esattamente opposta a $\mathbf{F}_m$.

Facendo i conti si ottiene:

$$f_i = 2,4 \text{ T} \cdot 0,30 \text{ m} \cdot 0,35 \text{ m/s} = 0,252 \text{ V}$$

$$i = \frac{0,252 \text{ V}}{1,2 \ \Omega} = 0,21 \text{ A}$$

$$\mathbf{F}_m = 2,4 \text{ T} \cdot 0,21 \text{ A} \cdot 0,30 \text{ m} = 0,15 \text{ N}$$

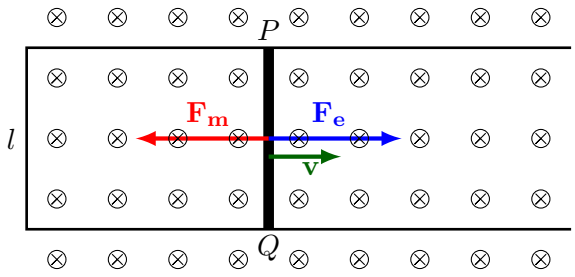
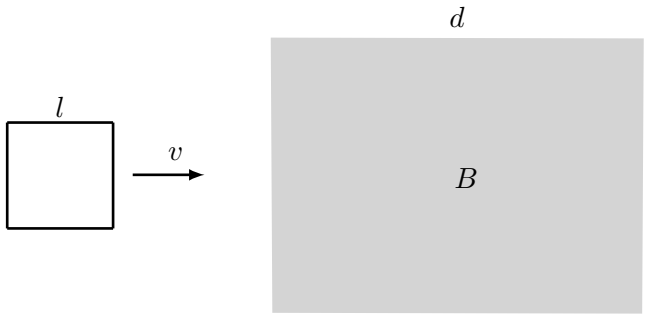


Figura 4:

5. Una spira quadrata rigida, di lato $l = 12$ cm e resistenza $R = 25 \ \Omega$, viene trascinata con velocità orizzontale, che rimane sempre costante e di intensità $v = 3$ m/s. La spira entra in una zona di larghezza $d > l$ in cui vi è un campo magnetico $B = 4,5$ T, ortogonale alla spira ed entrante nel piano del disegno.



Determinare

(a) il verso della corrente indotta nella spira nelle varie fasi del moto.

(b) la forza (direzione, verso e intensità) che agisce sulla spira nelle diverse fasi del moto.

(c) l'energia totale dissipata nella resistenza dopo che la spira è completamente uscita dalla zona con campo magnetico.

(a) Si ha corrente indotta quando la spira sta entrando nel campo magnetico e quando sta uscendo. Quando la spira entra nella regione in cui è presente il campo magnetico $\mathbf{B}$, il flusso $\Phi(\mathbf{B})$ sta *crescendo* e pertanto $\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} > 0$. Dalla legge di Faraday-Neumann-Lenz si ricava:

$$f_i = -\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} < 0$$

La corrente indotta deve circolare in verso *antiorario* in modo da generare un un campo magnetico $\mathbf{B}_i$, opposto a $\mathbf{B}$.

Quando la spira esce dalla regione di spazio in cui è presente il campo magnetico $\mathbf{B}$, il flusso $\Phi(\mathbf{B})$ sta *diminuendo* e $\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} < 0$. Dalla legge di Faraday-Neumann-Lenz si ricava:

$$f_i = -\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} > 0$$

La corrente indotta deve circolare in verso *orario* in modo da generare un campo magnetico $\mathbf{B}_i$, avente lo stesso verso di $\mathbf{B}$.

Il valore della corrente è

$$i = \frac{Blv}{R}$$

(b) Le uniche fasi del moto in cui agisce una forza sulla spira è quando essa "entra" e quando "esce" dalla regione in cui è presente il campo magnetico $\mathbf{B}$. La forza che agisce sul tratto verticale di filo all'interno del campo magnetico è

$$\mathbf{F} = i\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

L'intensità di tale forza è

$$\begin{aligned} F &= il \cdot B \cdot \sin 90^\circ \\ &= \frac{Blv}{R} \cdot l \cdot B \\ &= \frac{B^2 l^2 v}{R} \\ &= 35 \text{ mN} \end{aligned}$$

(c) L'energia dissipata è uguale al lavoro fatto dalle forze esterne per mantenere costante la velocità :

$$W = 2\mathbf{F} \cdot \mathbf{l} = 2\, F\, l\, \cos 0^\circ = 2\, 35\, 0,12 = 8.4 \text{ mJ}$$