

Liceo Scientifico “L. Cremona” - Milano.		Classe: _____
TEST DI FISICA. Relatività speciale.		Docente: M. Saita
Cognome:	Nome:	Marzo 2015

*Rispondere per iscritto ai seguenti quesiti sul foglio protocollo in non più di quindici righe.
Tempo della prova: 55 minuti.*¹

Quesito 1.

1. Quali sono gli assiomi della relatività ristretta?
2. Quali sono le trasformazioni di Galileo? Quali sono quelle di Lorenz?

Quesito 2. Un’asta rigida misura esattamente due metri. A quale velocità deve viaggiare un osservatore affinché, misurando l’asta, ottenga il valore di 150 cm?

Quesito 3. Un elettrone, inizialmente a riposo, viene accelerato fino alla velocità $v = 0,900 c$.

1. Raggiunta tale velocità, si determini la massa m_e dell’elettrone.
2. Di quante volte m_e è maggiore della massa a riposo del protone?
3. Trovare l’energia che è necessario fornire all’elettrone per imprimergli tale velocità.
4. In fisica classica quale valore si troverebbe per l’energia?

Quesito 4. Vi state avvicinando a una sorgente luminosa S . Se il vostro moto ha la direzione della retta che vi separa da S e la vostra velocità è costante e pari 30 m/s, qual è la velocità con cui vedete venire verso di voi un segnale luminoso emesso da S ?

Quesito 5. Di un protone che si muove alla velocità di $0,35 c$ si determini

- a) l’energia totale relativistica;
- b) l’energia cinetica relativistica;
- c) la quantità di moto relativistica.

Quesito 6. Una navicella spaziale cilindrica è lunga 35,0 m e ha un diametro di 8,25 m. Se sfreccia di fronte alla Terra a una velocità di $2,44 \cdot 10^8$ m/s nella direzione dell’asse del cilindro. Quali sono le dimensioni della navicella misurate dalla Terra?

Massa a riposo dell’elettrone $m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg.

Massa a riposo del protone $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg.

¹File tex: verifica04_relativita_5g_2015.tex

Risposte.

Quesito 1.

1. Assioma 1. Esistenza di sistemi di riferimento inerziali. Assioma 2. Principio di relatività. Assioma 3. Principio di costanza della velocità della luce.

2. Trasformazioni di Galileo:
$$\begin{cases} x' = x - vt \\ t' = t \end{cases}$$

$$\text{Trasformazioni di Lorenz: } \begin{cases} x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{cases}$$

Quesito 2.

Da $\Delta x = \Delta x' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ si ottiene: $1,5 = 2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

Elevando al quadrato e esplicitando rispetto a v si ricava la velocità richiesta:

$$2,25 = 4 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)$$

$$4 \frac{v^2}{c^2} = 1,75$$

$$v^2 = \frac{1,75 c^2}{4}$$

$$v = \sqrt{1,75} \frac{c}{2} = 0,66 c$$

Quesito 3.

1. $m_e = m_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - \frac{0,81 c^2}{c^2}}} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{0,19}} = 2,09 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$

2. $\frac{m_e}{m_p} = \frac{2,09 \cdot 10^{-30}}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 1,25 \cdot 10^{-3}$

3. L'energia necessaria per accelerare l'elettrone è

$$E - E_0 = (m_e - m_0) c^2$$

ossia $(2,09 \cdot 10^{-30} - 9,11 \cdot 10^{-31}) 9 \cdot 10^{16} = 1,06 \cdot 10^{-13} \text{ J}$

Ricordando che $1 \text{ J} = 10^7 \text{ erg}$ si ottiene:

$$E - E_0 = 1,06 \cdot 10^{-4} \text{ erg}$$

4. In fisica classica l'energia necessaria per accelerare l'elettrone è pari alla sua energia cinetica

$$K = \frac{1}{2} m_0 v^2 = 0,5 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} (0,900 c)^2 = 4,555 \cdot 10^{-31} \cdot (0,81 \cdot 10^{16}) = 3,690 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

ossia

$$K = 3,690 \cdot 10^{-8} \text{ erg}$$

Quesito 4. La risposta è c . Si può motivare nel seguente modo: voi siete solidali con il riferimento K e osservate la sorgente S venirvi incontro con velocità $-v$. La velocità del raggio luminoso, misurata rispetto a un sistema di riferimento solidale con S (diciamo K') è c . Allora per il teorema di addizione delle velocità si ha:

$$w = \frac{v + w'}{1 + \frac{vw'}{c^2}} = \frac{-v + c}{1 - \frac{vc}{c^2}} = c$$

dove w è la velocità, misurata rispetto a K , del raggio luminoso.

Quesito 5.

1. Energia totale del protone. $E = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} c^2$

$$E = \frac{1,67 \cdot 10^{-27}}{\sqrt{1 - \frac{(0,35c)^2}{c^2}}} c^2 = 1,7825 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16}$$

ossia

$$E = 1,604 \cdot 10^{-10} \text{ J} = 1,604 \cdot 10^{-3} \text{ erg.}$$

2. Energia cinetica. $K = \frac{1}{2} \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} v^2$

$$K = \frac{1}{2} \frac{1,67 \cdot 10^{-27}}{\sqrt{1 - \frac{(0,35c)^2}{c^2}}} v^2 = \frac{1}{2} 1,7825 \cdot 10^{-27} \cdot (0,35c)^2 = 0,5 \cdot 1,7825 \cdot 10^{-27} \cdot 0,1225 \cdot 9 \cdot 10^{16}$$

cioè

$$K = 9,826 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 9,826 \cdot 10^{-5} \text{ erg}$$

3. Quantità di moto. $\mathbf{P} = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \mathbf{v}$

$$P = 1,7825 \cdot 10^{-27} \cdot 0,35 c = 1,8716 \cdot 10^{-19}$$