

LEZIONE 7

Funzioni continue Esercizi

Funzioni continue. Esercizi

- 1** Si consideri la funzione $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 & \text{se } x \leq 1 \\ x + b & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Per quale valore del parametro reale b la funzione risulta continua in $x = 1$?

- 2** Quale valore deve assumere il parametro reale k affinché la funzione $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{se } x \geq 2 \\ \frac{1}{3}x + k & \text{se } x < 2 \end{cases}$$

risulti continua su tutto \mathbb{R} ?

3 Sia $\mathbb{R} \setminus \{0\} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x} \sin x$

È possibile estendere per continuità a tutto \mathbb{R} la funzione f ?

4 Sia $\mathbb{R} \setminus \{0\} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x}$

È possibile estendere per continuità a tutto \mathbb{R} la funzione f ?

5 Stabilire se la funzione $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{e^x}{1+x^2}$$

è continua su \mathbb{R} .

6 Sia $\mathbb{R} \setminus \{0\} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & \text{se } x \neq 0 \\ a & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

Determinare per quali $a \in \mathbb{R}$ la funzione risulta continua in 0.

7 La funzione **parte intera** (in inglese "floor")

$$\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}, \quad f(x) = [x]$$

è continua in \mathbb{R} ? Spiegare.

- 8** La funzione $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$, $f(x) = \log(x^2 + 2)$ è continua in \mathbb{R} ?
Spiegare.
- 9** La funzione $\mathbb{R} \setminus \{1\} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x|x-1|}{x-1}$ è continua in \mathbb{R} ? Spiegare.
- 10** Sia $D \xrightarrow{f} \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{1-x}$ ($D =$ dominio massimale di f in \mathbb{R}).
- (a) $x = 1$ è punto di accumulazione di D ?
 - (b) f è continua in $x = 1$?

11 La funzione $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

è continua in $x = 0$?