

TEST DI AUTOVALUTAZIONE  
FUNZIONI

*Rispondere per iscritto ai seguenti quesiti sul proprio quaderno.*<sup>1</sup>

1. Stabilire se le seguenti funzioni sono pari o dispari (con "D" si indica il dominio massimale della funzione in  $\mathbb{R}$ ):

(a)  $D \xrightarrow{f} \mathbb{R}, f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

(b)  $D \xrightarrow{f} \mathbb{R}, f(x) = |\sin x| + |\cos x|$

(c)  $D \xrightarrow{f} \mathbb{R}, f(x) = \frac{-2x^7 + 2x}{1+x^4}$

(d)  $D \xrightarrow{f} \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 - x}$

2. Tracciare il grafico delle seguenti funzioni

(a)  $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty) \xrightarrow{f} \mathbb{R}, f(x) = \ln|x-2|$

(b)  $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}, f(x) = \sin|x|$

3. Utilizzando il metodo grafico stabilire il numero di soluzioni delle seguenti equazioni

(a)  $|\ln x| + x^2 + 3 = 0$

(b)  $e^{|x|} - \ln(x+1) - 1 = 0$

4. Per ognuna delle seguenti funzioni determinare  $\text{Im } f$ . Trovare, se esiste, l'estremo superiore, l'estremo inferiore, il massimo e il minimo di  $\text{Im } f$ .

(a)  $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}, f(x) = \cos(x^4 + 1)$

(b)  $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty) \xrightarrow{f} \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$

5. Sia  $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}, f(x) = 2x^3 - 3x$ . Determinare l'insieme  $f^{-1}(-1)$ .

---

<sup>1</sup>File tex: test01.funzioni.2022.tex

6. Sia  $\mathbb{R}_{\geq 0} \xrightarrow{f} \mathbb{R}_{\geq 0}$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$  e  $\mathbb{R} \xrightarrow{g} \mathbb{R}_{\geq 0}$ ,  $g(x) = 2x - 1$ . Descrivere la funzione  $g \circ f$ .

7. Determinare il dominio massimale in  $\mathbb{R}$  e il segno di

(a)  $y = (x - x^2) \ln x$ .

(b)  $y = \sqrt{x - x^2} + 1 - 2x$ .

**Quesito 0.** Per ognuno dei seguenti limiti tracciare un grafico locale

1.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

2.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^-$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1^-$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$

5.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$

6.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2^-$

**Quesito 1.** Sia  $I \xrightarrow{f} \mathbb{R}$  una funzione il cui dominio  $I$  è un intervallo reale. Scrivere le definizioni qui sotto elencate utilizzando il formalismo corretto.

1. Grafico  $G(f)$  della funzione  $I \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ .
2. La funzione  $f$  è *strettamente crescente* sull'intervallo  $I$ .
3. La funzione  $f$  è *crescente* sull'intervallo  $I$ .
4. La funzione  $f$  ha *minimo locale* in  $x_0 \in I$ .

**Quesito 2.** Sapendo le informazioni sotto riportate tracciare un grafico probabile della funzione  $D \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ , dove  $D \subset \mathbb{R}$ .

1. Il dominio  $D$  della funzione è  $(-\infty, -2) \cup (-2, +\infty)$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^+$ ,  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1^+$ .
3. La funzione  $f$  è continua in ogni punto del dominio  $D$ .
4.  $f(-3) = \frac{3}{2}$ ,  $f(0) = 3$ ,  $f(4) = 5$ ,  $f(-\frac{5}{2}) = 0$ .
5. La funzione ha massimi locali in corrispondenza di  $x = -3$  e  $x = 4$ ; minimo locale in corrispondenza di  $x = 0$ . Non esistono altri massimi o minimi locali oltre a quelli indicati.