

## PROGRAMMA DI MATEMATICA.

Anno Scolastico 2020 – 2021.

Classe: **Quinta (Liceo Scientifico)**.

Docente: **Mauro Saita**.

### Numeri reali

- Numeri reali: definizione assiomatica. La struttura di campo ordinato.
- Teorema di completezza.
- Massimo, minimo, estremo superiore, estremo inferiore.

### Funzioni

- Funzioni reali di variabile reale.
- Grafici di funzioni elementari.
- Richiami su funzioni esponenziali, logaritmiche e trigonometriche. Determinazione del grafico di  $y=|f(x)|$  e di  $y=f(|x|)$  quando è noto il grafico di  $y=f(x)$ .
- Composizione di funzioni e relative proprietà.
- Funzioni invertibili.
- Determinazione del dominio di funzioni fratte, logaritmiche, esponenziali e trigonometriche.
- Funzioni pari, funzioni dispari e relative simmetrie.
- Zeri e punti fissi di una funzione e relativa interpretazione geometrica.
- Segno di una funzione.

### Limiti di funzioni

- Definizione di limite di funzione e relativi grafici locali
- Operazioni elementari con i limiti e relativi teoremi.
- Limiti alla frontiera del dominio di  $y=f(x)$ . Grafici locali. Principali tecniche di calcolo dei limiti.
- Determinazione degli asintoti di una funzione (verticali, orizzontali)
- Determinazione di asintoti obliqui di particolari funzioni fratte (metodo della divisione di polinomi).
- Determinazione di asintoti obliqui nel caso di una qualsiasi funzione reale di variabile reale.

### Funzioni continue

- Definizione di funzione continua.
- Funzioni continue su un intervallo.
- Teoremi sulle funzioni continue: teorema della somma, del prodotto e del quoziente di funzioni continue.
- La funzione composta di funzioni continue è continua.
- Teorema degli zeri
- Teorema di Weierstrass

### Funzioni derivabili

- Definizione di derivata. Esempi.
- Interpretazione geometrica di derivata
- Equazione della retta tangente al grafico di  $y=f(x)$  nel punto  $(x_0, f(x_0))$ .
- Regole di derivazione (derivata della somma, del prodotto e del quoziente)
- Derivata della funzione composta.
- Massimi e minimi, locali e assoluti.
- Funzioni concave e funzioni convesse. Derivata seconda e punti di flesso.
- Regole di de l'Hospital.
- Formula di Taylor
- Sviluppi in serie di Taylor di funzioni.

### Integrale di Riemann

- Definizione di integrale di Riemann.
- Principali proprietà dell'integrale definito.
- Teorema della media integrale.
- Continuità della funzione integrale.
- Teorema fondamentale del calcolo integrale.
- Primitive di funzioni elementari.
- Primitive ottenute mediante l'applicazione della regola di derivazione della funzione composta.
- Integrazione per parti
- Integrazione per sostituzione.
- Integrazioni di funzioni razionali fratte.

- $\int 1/(x^2+px+q) dx$ .
- Integrali su intervalli illimitati. Integrali impropri.
- Determinazione dell'area delimitata dal grafico della funzione  $y=f(x)$  l'asse delle  $x$ , e le rette  $x=a$  e  $x=b$ .
- Area delimitata da due curve.
- Volume dei solidi ottenuti facendo ruotare attorno all'asse  $x$  il grafico della funzione  $y=f(x)$ .
- Teorema di Guldino (solo enunciato).
- Volumi di gusci cilindrici.
- Volumi a "fette".
- Un paradosso: area della regione di piano delimitata dal grafico della funzione  $[1, +\infty) \rightarrow R$ ,  $y=1/x$  e l'asse  $x$ ; volume del solido ottenuto facendo ruotare il grafico della funzione  $[1, +\infty) \rightarrow R$ ,  $y=1/x$  attorno all'asse  $x$ .

### Equazioni differenziali

- Definizione di equazione differenziale di ordine  $n$ .
- Integrale generale, integrale particolare, problemi alle condizioni iniziali (problemi di Cauchy).
- Equazioni differenziali a variabili separabili.
- Equazioni differenziali lineari del primo ordine.

### Preparazione alla seconda prova scritta dell'esame di stato

- Svolgimento di seconde prove scritte degli esami di stato (sessioni ordinarie) degli ultimi anni.

---

### RICHIAMI E APPROFONDIMENTI DI ARGOMENTI TRATTATI NEI PRECEDENTI ANNI SCOLASTICI.

#### Rette e piani nello spazio

- La nozione di spazio vettoriale. Il caso di  $R^3$
- Prodotto scalare standard in  $R^3$ .
- Equazioni parametriche e equazioni cartesiane di una retta nello spazio.
- Condizione di parallelismo e di ortogonalità tra due rette.
- Rette per due punti.
- Equazione cartesiana di un piano nello spazio
- Condizione di parallelismo e di ortogonalità tra due piani.
- Condizione di parallelismo e di ortogonalità tra retta e piano.
- Semplici esercizi riguardanti la geometria della retta e del piano.

#### Combinatoria e probabilità.

- Ripasso degli argomenti di combinatoria e di probabilità trattati durante il quarto anno.
- Esercizi e problemi tratti dalle prove dell'esame di stato (2000-2014).

---

### I SEGUENTI DUE MODULI VERRANNO TRATTATI SOLO SE IL TEMPO E IL COVID 19 LO CONSENTIRANNO

#### Successioni

- Definizione di successione.
- Progressioni aritmetiche e progressioni geometriche.
- Limiti di successioni di numeri reali e relative definizioni.
- Un criterio per l'esistenza del limite di una successione in  $R$ .
- Il numero di Nepero.
- Limiti della somma, del prodotto e del quoziente di successioni.
- Calcolo di limiti di successioni
- Numeri razionali e allineamenti decimali periodici.
- Principio di induzione.
- Dimostrazioni che utilizzano il principio di induzione matematica

**Serie numeriche.**

- Il concetto di somma infinita. Serie numeriche. Esempi.
- Successione delle somme parziali.
- Definizione di serie convergente, divergente, oscillante.
- La serie geometrica.
- Frazioni generatrici di numeri decimali periodici.
- La serie armonica generalizzata.
- Criterio sufficiente per la convergenza di serie a termini positivi: il criterio asintotico.
- Serie di Mengoli e serie telescopiche.