6. $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ $\qquad f(x) = x e^x$

$$f'(x) = e^x + x e^x = e^x(1+x) > 0 \qquad x > -1$$

$$\begin{array}{c} -1 \\ - \; - \; - \; - \; - \; 0 + \; + \; + \; + \; + \end{array}$$

$$f(-1) = -\frac{1}{e}$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x \to -\infty} f(x) = 0^-$$

f non ha massimi locali, non ha massimo assoluto.

f ha minimo locale in $x = -1$; f è minimo assoluto in $x=-1$

7. $$f(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 9x}{x^2 - 4}$$

Zeri di f : $x(x^2 - 6x + 9) = 0 \iff x = 0 \; ; \; x = 3$

Segno di f : $f(x) > 0$ per $-2 < x < 0 \;\vee\; 2 < x < 3$

		-2		0		2		3	
N	− − −	|	− − −	0	+ + +	|	+	0	+ + + + +
D	+ + +	×	− − −	|	− − −	×	+ +	|	+ + + + +
$\frac{N}{D}$	− − − − −	×	+ + + + +	0	− − − −	×	+ +	0	+ + + + +

$$f'(x) = \frac{(3x^2 - 12x + 9)(x^2-4) - (x^3 - 6x^2 + 9x)(2x)}{(x^2-4)^2}$$

$$= \frac{3x^4 - 12x^2 - \cancel{12x^3} + 48x + 9x^2 - 36 - 2x^4 + \cancel{12x^3} - 18x^2}{(x^2-4)^2}$$

$$= \frac{x^4 - 21x^2 + 48x - 36}{(x^2-4)^2} = 0$$

CORREZIONE VERIFICA 16.01.2021

1.
$$f(x) = \begin{cases} e^{x^2-ax}+b & x \le 0 \\ 2x^2+bx & x>0 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = 1+b \qquad \lim_{x\to 0^+} f(x) = 0$$

f è continua in $x=0 \iff b+1=0 \iff b=-1$.

$$f'(x) = \begin{cases} (2x-a)\,e^{x^2-ax} & x<0 \\ 4x-1 & x>0 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 0^-} f'(x) = -a \qquad \lim_{x\to 0^+} f'(x) = -1 \qquad a=1$$

f è derivabile in $x=0$ per $a=1 \wedge b=-1$.

2.
$$f(x) = \frac{2x^3-3x^2+1}{x(x+1)}$$

per $x \to \pm\infty$ $\quad \dfrac{f(x)}{x} = \dfrac{2x^3-3x^2+1}{x^3+x^2} \longrightarrow 2$

$$f(x)-2x = \frac{2x^3-3x^2+1}{x^2+x} - 2x = \frac{\cancel{2x^3}-3x^2+1-\cancel{2x^3}-2x^2}{x^2+x}$$

$$= \frac{-5x^2+1}{x^2+x} \longrightarrow -5$$

As. obliqui (per $x \longrightarrow \pm\infty$) : $y = 2x-5$

As verticale per $x \to 0$: $x=0$

As verticale per $x \to -1$: $x=-1$.

3. $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ $\quad f(x) = 6x^5 - 10x^3$

$$f'(x) = 30x^4 - 30x^2 = 30x^2(x^2-1) > 0$$

per $\quad x < -1 \ \vee \ x > 1$

$$\begin{array}{ccccc} & -1 & 0 & 1 & \\ +++++ & & ------ & & ++++++ \\ \nearrow & & \searrow & & \nearrow \end{array}$$

max locale in $x = -1$

min locale in $x = +1$

flesso a tg orizz. in $x = 0$.

4. Se $D \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ è derivabile e

$f'(x) > 0$ in ogni punto interno di D allora

f non ammette punti di flesso a tangente orizzontale .

5. $\mathbb{R} \setminus \{\frac{2}{3}\} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ $\quad f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{(3x-2)^2}} = (3x-2)^{-\frac{2}{3}}$

$$f'(x) = -\frac{2}{\cancel{3}}(3x-2)\cdot\cancel{3}\ \cancel{*}\,\Big|_{x=1} = -2$$

$f(1) = 1$

Approssimazione al I ordine in un intorno di $x = 1$ è

$$y - 1 = -2(x-1) \iff y = -2x + 3$$