Liceo Scientifico "L. Cremona" - Milano. **Test di matematica. Limiti di funzioni.**		**Classe: 5 E** **Docente: M. Saita**
Cognome:	**Nome:**	**Novembre 2015**

Rispondere per iscritto ai seguenti quesiti sul foglio protocollo.[1]

Esercizio 1. Scrivere la $\varepsilon - \delta$ definizione di limite nel seguente caso: $\lim_{x \to 2^+} f(x) = 1^-$

Esercizio 2. Stabilire se la seguente definizione di limite è corretta motivando la risposta

Sia $D \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ una funzione reale definita su insieme $D \subset \mathbb{R}$, e sia x_0 un punto di accumulazione di D. Si dice che

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L, \qquad L \in \mathbb{R} \tag{0.1}$$

se esiste un intorno $I(x_0, \delta)$ di x_0 tale che, per ogni intorno $I(L, \varepsilon)$ vale la seguente condizione:

$$\forall x \quad x \in I(x_0, \delta), \ x \in D, \ x \neq x_0 \quad \Longrightarrow \quad f(x) \in I(L, \varepsilon) \tag{0.2}$$

Esercizio 3. Enunciare e dimostrare il teorema di unicità del limite.

Esercizio 4. Utilizzando il teorema del confronto dimostrare la proposizione seguente:
"Il prodotto di una funzione infinitesima per una funzione limitata è una funzione infinitesima".

Esercizio 5. Il grafico della funzione $D \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ è riportato in figura. Da esso dedurre:

1. Il dominio massimale di f.
2. I limiti alla frontiera del dominio.

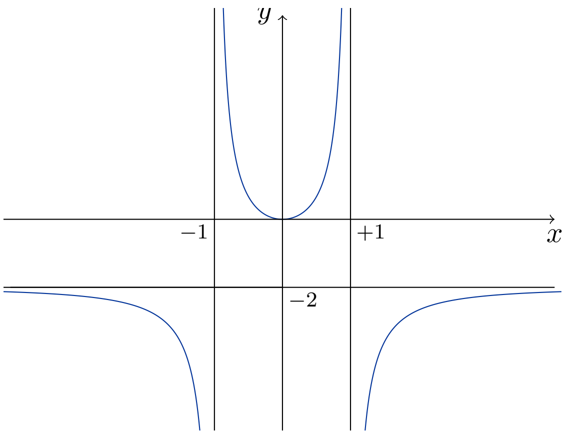

Figura 1: Grafico della funzione $D \xrightarrow{f} \mathbb{R}$.

[1] File tex: test02_limiti_teoria_2015.tex

Esercizio 6. Dimostrare che

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

Esercizio 7. Enunciare e dimostrare il teorema di permanenza del segno.

Esercizio 8. Dimostrare che

$$\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x = e^k, \quad k \in \mathbb{R}$$

Esercizio 9. Siano $D_1 \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ e $D_2 \xrightarrow{g} \mathbb{R}$ due funzioni, entrambe definite e non nulle in un intorno del punto x_0 Che cosa significa affermare che $g(x)$ è asintotica a $f(x)$, per $x \to x_0$? Scrivere la definizione e almeno due esempi.