**IIS CREMONA**

**Liceo Scientifico Statale "Luigi Cremona" (Milano).**

**Classe: 5E. Docente: Mauro Saita. Data: ____________**

| **Cognome:** | **Nome:** |
|---|---|

## TEST SU DERIVATE E INTEGRALI

*Rispondere per iscritto sul foglio protocollo e riportare le risposte nei box.* [1]

1. Utilizzando la definizione di derivata prima, determinare $f'(x)$ per la funzione

$$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty) \xrightarrow{f} \mathbb{R},\ f(x) = \frac{2}{x^2}$$

$f'(x) = \lim_{h \to 0}$

2. Sia $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R},\ f(x) = x^3 e^{2x-2}$. Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di $f$ nel punto di ascissa $x_0 = 1$

Equazione retta tangente:

3. Siano $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$, $\mathbb{R} \xrightarrow{g} \mathbb{R}$ due funzioni derivabili su $\mathbb{R}$. Scrivere la regola della derivata del prodotto $fg$ utilizzando la notazione di Leibniz.

4. Nel caso di un filo conduttore, scrivere in modo dettagliato la definizione di intensità media e di intensità istantanea di corrente.

[1] File tex: verifica_01_derivate_integrali_2023.tex

5. Usando opportune regole di derivazione calcolare le derivate prime $f'(x)$ delle funzioni seguenti.

   (a) $f(x) = \ln(1 + \frac{x}{2})$;

   (b) $f(x) = \frac{2x-1}{3-x^2}$;

(a) $f'(x) =$

(b) $f'(x) =$

6. L'intensità di corrente che attraversa un filo conduttore è $i(t) = \frac{1}{10}t^2$ ($t$ indica il tempo). Calcolare la quantità di carica che attraversa una sezione del filo dall'istante $t = 3$ all'istante $t = 11$.

7. Calcolare l'area racchiusa tra i grafici delle seguenti due funzioni

$$\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R},\ f(x) = x^2 \text{ e } \mathbb{R} \xrightarrow{g} \mathbb{R},\ g(x) = -x^2 + 2$$

8. Calcolare il valore dell'integrale definito $\int_0^\pi 3 \sin 2x \, dx$

## TEST SU DERIVATE E INTEGRALI
## RISPOSTE

*Rispondere per iscritto sul foglio protocollo e riportare le risposte nei box.* [2]

1. Utilizzando la definizione di derivata prima, determinare $f'(x)$ per la funzione

$$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty) \xrightarrow{f} \mathbb{R},\ f(x) = \frac{2}{x^2}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{2}{(x+h)^2} - \frac{2}{x^2}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2x^2 - 2(x+h)^2}{hx^2(x+h)^2} = \lim_{h\to 0} \frac{-4x - 2h}{x^2(x+h)^2} = -\frac{4}{x^3}$$

2. Sia $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R},\ f(x) = x^3 e^{2x-2}$. Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di $f$ nel punto di ascissa $x_0 = 1$

Equazione retta tangente: $5x - y - 4 = 0$

3. Siano $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$, $\mathbb{R} \xrightarrow{g} \mathbb{R}$ due funzioni derivabili su $\mathbb{R}$. Scrivere la regola della derivata del prodotto $fg$ utilizzando la notazione di Leibniz.

$$\frac{d(fg)}{dx} = \frac{df}{dx}g + f\frac{dg}{dx}$$

4. Nel caso di un filo conduttore, scrivere in modo dettagliato la definizione di intensità media e di intensità istantanea di corrente.

L'intensità di corrente media che attraversa la sezione di un filo percorso da corrente è

$$i_m = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

dove $\Delta Q$ è la quantità di corrente che attraversa la sezione del filo nel tempo $\Delta t$. L'intensità di corrente al tempo $t_0$ è

$$i(t) = \lim_{t\to t_0} \frac{Q(t) - Q(t_0)}{t - t_0} = \frac{dQ}{dt}$$

Pertanto, l'intensità di corrente al tempo $t$ è *la derivata della carica rispetto al tempo.*

[2] File tex: verifica_01_derivate_integrali_2023.tex

5. Usando opportune regole di derivazione calcolare le derivate prime $f'(x)$ delle funzioni seguenti.

   (a) $f(x) = \ln(1 + \frac{x}{2})$;

   (b) $f(x) = \frac{2x-1}{3-x^2}$;

(a) $f'(x) = \dfrac{1}{2+x}$

(b) $f'(x) = \dfrac{2x^2 - 2x + 6}{(3 - x^2)^2}$

6. L'intensità di corrente che attraversa un filo conduttore è $i(t) = \frac{1}{10}t^2$ ($t$ indica il tempo). Calcolare la quantità di carica che attraversa una sezione del filo dall'istante $t = 3$ all'istante $t = 11$.

$$\int_3^{11} i(t)\,dt = \int_3^{11} \frac{1}{10}t^2\,dt = \left[\frac{t^3}{30}\right]_3^{11} = \frac{11^3}{30} - \frac{3^3}{30} = \frac{652}{15}$$

7. Calcolare l'area racchiusa tra i grafici delle seguenti due funzioni

$$\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R},\ f(x) = x^2 \text{ e } \mathbb{R} \xrightarrow{g} \mathbb{R},\ g(x) = -x^2 + 2$$

$$\int_{-1}^{+1} (-2x^2 + 2)\,dx = \frac{8}{3}$$

8. Calcolare il valore dell'integrale definito $\int_0^\pi 3\sin 2x\ dx$

$$\int_0^\pi 3\sin 2x\ dx = 0$$