

# Fenomeni elettromagnetici dipendenti dal tempo.

Mauro Saita

e-mail: maurosaita@tiscalinet.it

## Indice

<b>1</b>	<b>Fenomeni elettromagnetici dipendenti dal tempo</b>	<b>2</b>
1.1	Legge di Faraday-Neumann (1831) . . . . .	2
1.2	Legge di Lenz . . . . .	4
1.3	Autoinduzione . . . . .	6
1.4	Motori elettrici . . . . .	7
1.5	Produzione e trasporto di corrente alternata . . . . .	7
1.6	Corrente di spostamento. Equazioni di Maxwell (1861). . . . .	9
<b>2</b>	<b>Onde elettromagnetiche</b>	<b>13</b>

1

---

<sup>1</sup>Nome file: 'Induzione\_elettromagnetica\_2015.tex'

# 1 Fenomeni elettromagnetici dipendenti dal tempo

## 1.1 Legge di Faraday-Neumann (1831)

Ørsted aveva mostrato che un filo percorso da corrente genera un campo magnetico, in altre parole egli aveva dimostrato che un campo elettrico genera sempre un campo magnetico

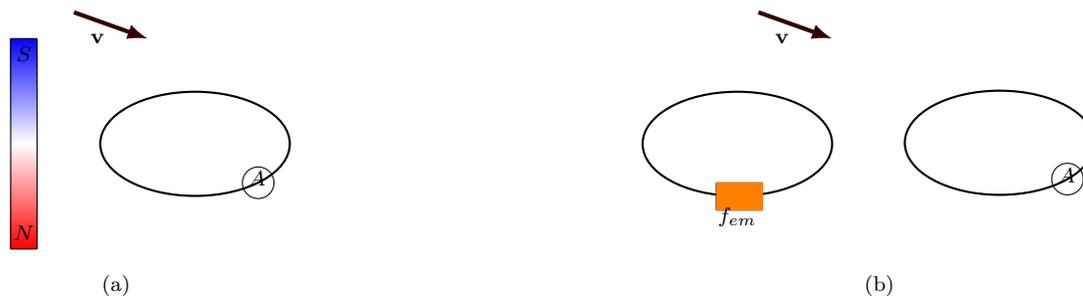
$$\text{Elettricità} \Rightarrow \text{Magnetismo}$$

Il fisico britannico Michael Faraday (1791-1867) si chiese se, e in quali condizioni, un campo magnetico possa generare un campo elettrico, si domandò cioè, se fosse vera l'implicazione

$$\text{Magnetismo} \Rightarrow \text{Elettricità}$$

Faraday scoprì che un campo magnetico *variabile nel tempo* produce, in un circuito posto nelle vicinanze, una corrente, detta *corrente indotta*. In altri termini, egli dimostrò che un campo magnetico variabile induce nel circuito un campo elettrico in grado di condizionare il moto dei suoi elettroni di conduzione.

Per capire meglio la scoperta di Faraday si consideri la seguente situazione: si ponga nelle vicinanze di un magnete un circuito elettrico, per esempio una spira priva di generatore e si inserisca nel circuito un amperometro collegato in serie. Se il magnete e il circuito sono fermi l'uno rispetto all'altro, l'amperometro non registra alcun passaggio di corrente. In questa situazione il flusso  $\Phi(\mathbf{B})$  del campo magnetico (generato dal magnete) attraverso una qualsiasi superficie orientata (non necessariamente chiusa) è costante nel tempo. Ma, *che cosa succede se il flusso varia nel tempo?*



**Figura 1:** Alla spira con amperometro viene avvicinato un magnete (figura (a)) oppure un'altra spira collegata a un generatore (figura (b)). In entrambi i casi l'amperometro segnala passaggio di corrente.

Si supponga che, durante l'intervallo di tempo  $dt$ , tra il magnete e la spira vi sia movimento reciproco (figura 1 (a)). In questo caso l'amperometro registra passaggio di corrente per tutta la durata dell'intervallo di tempo  $dt$ . Succede che il flusso magnetico concatenato con la spira varia nel tempo ( $\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} \neq 0$ ) ed esso produce nella spira un campo elettrico indotto

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}$$

in grado di mettere in movimento i portatori di carica nel circuito.

Il lavoro compiuto dal campo elettrico indotto per far compiere all'unità di carica un giro completo nel circuito si chiama *forza elettromotrice indotta* e si denota con  $f_i$

$$f_i = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (1.1)$$

La **legge di Faraday-Neumann** afferma quanto segue:

*se il flusso del vettore induzione magnetica  $\mathbf{B}$ , concatenato con un circuito, varia nel tempo allora nel circuito si induce una forza elettromotrice indotta  $f_i$  che eguaglia la variazione di flusso*

$$f_i = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} \quad (1.2)$$

Pertanto la tensione indotta risulta uguale alla velocità di variazione del flusso magnetico che attraversa la spira. Poichè il campo magnetico generato da un magnete è dovuto alle sue correnti interne si ottiene lo stesso effetto sostituendo il magnete con una seconda spira percorsa da corrente (figura 1 (b)): se vi è movimento reciproco tra i due circuiti si osserva passaggio di corrente nella spira priva di generatore. Esiste infine un terzo modo di generare una forza elettromotrice indotta senza muovere nulla: basta modificare il campo magnetico generato dalla spira dotata di generatore variando semplicemente la corrente che fluisce in esso. Per esempio, si può facilmente verificare che all'apertura e alla chiusura del circuito l'ampmetro segnala passaggio di corrente nella spira priva di generatore.

Per determinare infine il valore dell'intensità della corrente indotta basta ricordare la prima legge di Ohm: detta  $R$  la resistenza ohmica della spira, si ha

$$i_i = \frac{1}{R} \frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} \quad (1.3)$$

cioè l'intensità della corrente risulta direttamente proporzionale alla variazione di flusso e inversamente proporzionale alla durata della variazione.

### Osservazioni.

1. Il fenomeno descritto sopra si verifica durante l'intervallo di tempo in cui si ha una variazione di flusso; non appena il flusso si stabilizza su un nuovo valore il fenomeno cessa.
2. Il fenomeno si verifica in qualunque modo si realizzi la variazione di flusso magnetico che attraversa la spira priva di generatore; ciò si può ottenere muovendo il magnete (o il circuito dotato di generatore), muovendo la spira, oppure entrambi. Se si sostituisce il magnete con una elettrocalamita si ottiene lo stesso risultato senza muovere nulla: variando la corrente in una delle due spire si genera corrente nell'altra.
3. Il campo elettrico indotto nella spira presenta una caratteristica che lo differenzia notevolmente dal campo elettrostatico; il solo fatto che esso sia in grado di far muovere delle cariche elettriche su un percorso chiuso significa che esso compie, su una traiettoria

chiusa, un lavoro diverso da zero. Quindi, al contrario del campo elettrostatico, esso non è conservativo.

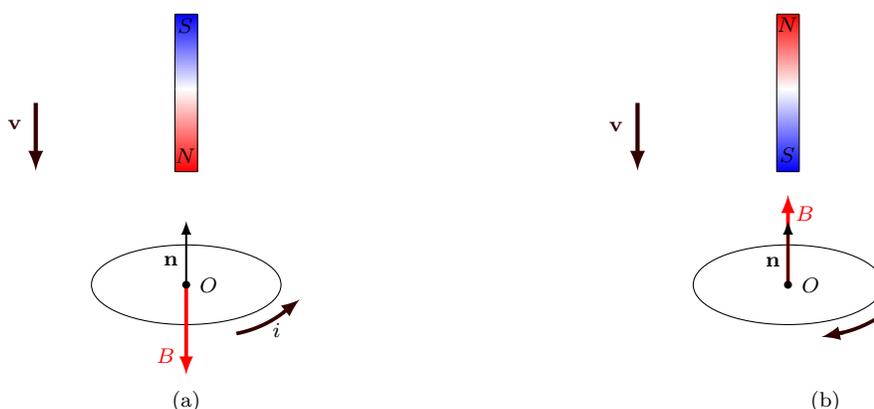
Nel Sistema Internazionale l'unità di misura del flusso magnetico è il weber (simbolo Wb)

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ Tesla} \cdot 1 \text{ metro}^2 = 1 \text{ T} \cdot 1 \text{ m}^2$$

## 1.2 Legge di Lenz

Il verso secondo cui la corrente indotta fluisce nel circuito si determina mediante la

**Legge di Lenz.** *La corrente indotta genera essa stessa un campo magnetico<sup>2</sup> che tende ad opporsi alla variazione di flusso che l'ha generato.*



**Figura 2:** Una barretta magnetica viene avvicinata a una spira muovendola lungo l'asse della spira stessa. In figura (a) il magnete è orientato in modo tale che il polo più vicino alla spira sia il polo nord, in figura (b) il polo più vicino alla spira è il polo sud.

Per capire come utilizzare la legge di Lenz si consideri il caso di una spira di area  $S$  immersa in un campo magnetico  $\mathbf{B}$  e poi si proceda come segue

1. Si fissi un vettore  $\mathbf{n}$  perpendicolare alla spira in modo da orientare l'area  $S$ .
2. Si stabilisca il segno del flusso  $\Phi(\mathbf{B})$  (se la spira è sufficientemente piccola rispetto al magnete si può considerare costante il campo magnetico in ogni punto di  $S$ ).
3. Si determini la velocità di variazione del flusso rispetto al tempo, cioè si calcoli  $\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt}$ .  
Si possono presentare tre casi:

$$\text{Se } \frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} \begin{cases} > 0 & \Rightarrow \text{ la forza elettromotrice indotta è negativa, } f_i < 0 \\ < 0 & \Rightarrow \text{ la forza elettromotrice indotta è positiva, } f_i > 0 \\ = 0 & \Rightarrow \text{ non vi è forza elettromotrice indotta, } f_i = 0. \end{cases}$$

<sup>2</sup>Si ricordi che una spira percorsa da corrente è equivalente a un magnete perpendicolare alla spira stessa avente il nord  $N$  diretto come l'osservatore che vede circolare la corrente in senso antiorario.

4. Per determinare il verso della corrente si utilizzi la regola della mano destra nel seguente modo: si posizioni il pollice lungo la direzione e il verso di  $\mathbf{n}$  e poi si chiudano le altre quattro dita della mano. Se  $f_i > 0$  la corrente indotta circola nella spira secondo il verso stabilito dalle quattro dita, se invece  $f_i < 0$  la corrente circola in verso opposto.

Per esempio, si supponga di avvicinare il polo nord di una barretta magnetica a una piccola spira di area  $S$  nel modo indicato in figura 1.4 (a).

Si fissi il vettore  $\mathbf{n}$  nel modo indicato nella figura. Se la spira è sufficientemente piccola si può con buona approssimazione considerare costante il campo magnetico in ogni punto di  $S$ .  $\mathbf{B}$  ha direzione verticale, punta verso il basso e il suo flusso concatenato con la spira è

$$\Phi(\mathbf{B}) = -BS < 0$$

Poichè il magnete si sta avvicinando alla spira l'intensità del campo magnetico sta aumentando, cioè  $\frac{dB}{dt} > 0$  mentre la velocità di variazione del flusso magnetico attraverso la spira è negativo, infatti

$$\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} = \frac{d(-BS)}{dt} = -S \frac{dB}{dt} < 0$$

Ora, la legge di Lenz afferma che la corrente circolante nella spira genera un campo magnetico indotto (diverso da  $\mathbf{B}$ ) che si oppone alla variazione di flusso che l'ha generato. Allora la forza elettromotrice indotta deve essere positiva  $f_i > 0$  e di conseguenza il verso della corrente è quello antiorario.

Nel caso si avvicini alla spira il polo sud della barretta magnetica (figura 2 (b)) si procede in modo analogo. Si fissa il versore  $\mathbf{n}$  (per esempio nel modo indicato in figura) e si determina il segno del flusso

$$\Phi(\mathbf{B}) = BS > 0$$

Anche in questo caso il magnete si sta avvicinando alla spira e pertanto l'intensità del campo magnetico sta aumentando:  $\frac{dB}{dt} > 0$ . La velocità di variazione del flusso magnetico attraverso la spira è positivo, infatti

$$\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} = \frac{d(BS)}{dt} = S \frac{dB}{dt} > 0$$

Questa volta la forza elettromotrice indotta è negativa e la corrente circola nella spira in senso orario.

Per tener conto delle considerazioni appena fatte è sufficiente introdurre nella legge di Faraday - Neumann un segno “-” che, di fatto, racchiude in sé la legge di Lenz. In questo modo la legge di induzione magnetica assume la forma

$$f_i = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} \quad (1.4)$$

L'uguaglianza (1.4) si chiama *legge di Faraday-Neumann-Lenz*.

### 1.3 Autoinduzione

Se in una spira si fa circolare corrente elettrica *variabile nel tempo* essa genera un campo magnetico anch'esso variabile nel tempo. Il flusso magnetico autoconcatenato risulta essere direttamente proporzionale alla corrente che lo genera; più precisamente il flusso  $\Phi(\mathbf{B})$  risulta proporzionale all'intensità  $B$  che a sua volta è proporzionale all'intensità di corrente; quindi

$$\Phi(\mathbf{B}) = L i$$

La costante  $L = \frac{\Phi(\mathbf{B})}{i}$  dipende dalla geometria del circuito e si chiama *coefficiente di autoinduzione o induttanza*.

Dalla legge di Faraday-Neumann-Lenz si ottiene

$$\begin{aligned} f_i &= - \frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} \\ &= - \frac{d(Li)}{dt} \\ &= - L \frac{di}{dt} \end{aligned} \tag{1.5}$$

Questo significa che la variazione di flusso induce nel circuito una *corrente autoindotta* che si oppone alla corrente principale; se la corrente principale aumenta ( $\frac{di}{dt} > 0$ ) allora la corrente autoindotta circola nel circuito in senso contrario, mentre se la corrente principale diminuisce ( $\frac{di}{dt} < 0$ ) essa circola nello stesso senso.

**Esempio.** Si consideri un solenoide di lunghezza  $l$  formato da  $n$  spire per unità di lunghezza, ciascuna delle quali ha area  $S$ . Se il solenoide è percorso da una corrente  $i$  ed è sufficientemente lungo da poterlo considerare infinito allora l'intensità del vettore induzione magnetica è  $B = \mu_0 n i$ . Il flusso concatenato con ciascuna spira vale

$$\Phi(\mathbf{B}) = \mu_0 n i S$$

mentre il flusso totale concatenato con tutte le  $nl$  spire del solenoide è

$$\Phi(\mathbf{B}) = \mu_0 n^2 i l S$$

Pertanto l'autoinduttanza di un solenoide è

$$L = \mu_0 n^2 l S$$

Nel S.I. l'unità di misura dell'induttanza  $L$  si chiama **henry** (simbolo  $H$ )

$$1 H = \frac{1 W}{1 A} = \frac{1 V \cdot 1 s}{1 A} = 1 \Omega \cdot s$$

Il fenomeno dell'autoinduzione si verifica anche nei circuiti alimentati da una tensione continua, negli istanti in cui si verifica una brusca variazione di corrente, cioè alla chiusura o all'apertura del circuito.

#### 1.4 Motori elettrici

Il principio di funzionamento di un motore elettrico è schematizzato in figura: tra le estremità di un magnete permanente si pone un pezzo di ferro in modo da creare due diverse intercapedini ognuna dotata di un polo sud e di un polo nord magnetico; una spira di forma rettangolare è situata con un lato in ciascuna intercapedine. Quando nella spira si fa passare corrente, essa fluisce attraverso le due intercapedini con versi opposti e ciò determina una coppia di forze che tende a far ruotare la spira attorno al proprio asse. Collegando la spira a una puleggia si produce lavoro.

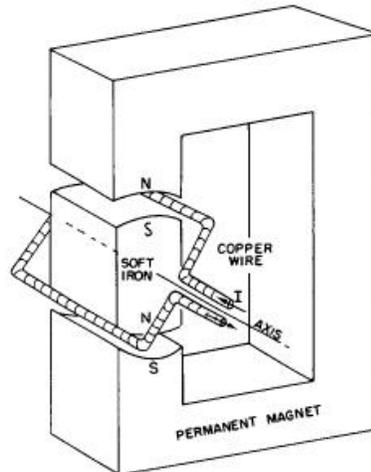
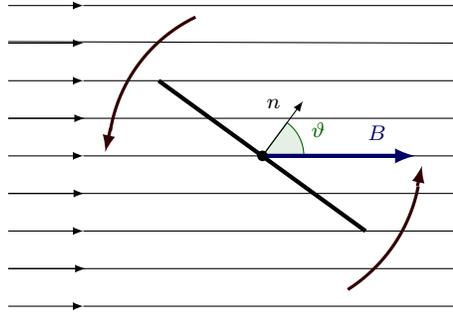


Figura 3: Schema di un motore elettrico.

#### 1.5 Produzione e trasporto di corrente alternata

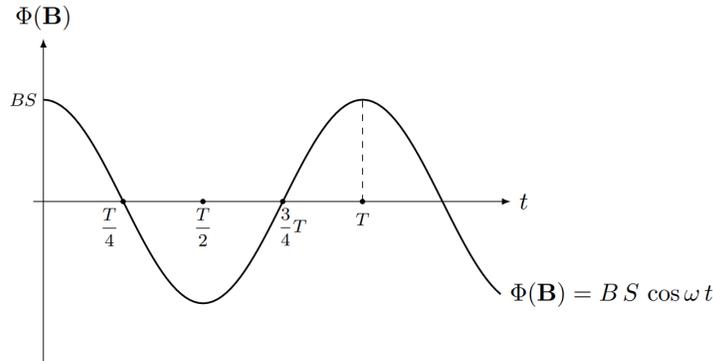
Un alternatore è un dispositivo in grado di produrre corrente alternata. Funziona così: una spira di area  $S$  viene immersa in un campo magnetico uniforme ed è libera di ruotare attorno a un suo diametro perpendicolare alla direzione del campo magnetico.



**Figura 4:** Spira libera di ruotare in un campo magnetico uniforme.

Poichè la spira ruota di moto circolare uniforme, il flusso del campo magnetico concatenato con essa varia nel tempo in modo periodico. Detto  $\vartheta$  l'angolo formato da  $\mathbf{B}$  con la normale  $\mathbf{n}$  alla superficie della spira si ha  $\Phi(\mathbf{B}) = B S \cos \vartheta$ . Posto  $\vartheta = \omega t$ , dove  $\omega$  è la velocità angolare della spira, il flusso  $\Phi(\mathbf{B})$  assume la forma seguente

$$\Phi(\mathbf{B}) = B S \cos \omega t \tag{1.6}$$



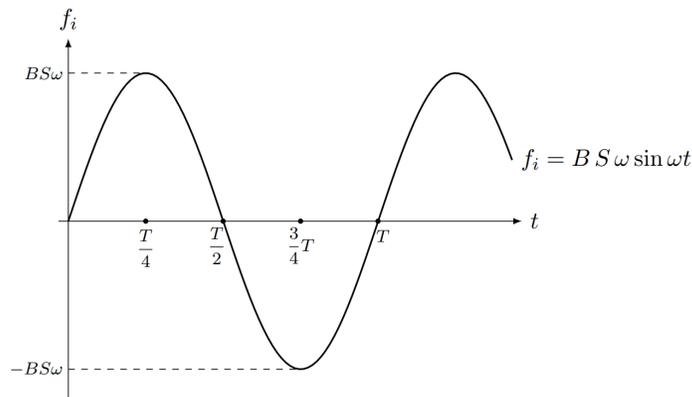
**Figura 5:** Grafico del flusso  $\Phi(\mathbf{B})$  rispetto al tempo. La variazione è di tipo sinusoidale.

Si ricordi ora la legge di Faraday-Neumann-Lenz

$$f_i = - \frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} \tag{1.7}$$

la quale afferma che la forza elettromotrice indotta è uguale all'opposto della velocità di variazione del flusso di  $\mathbf{B}$  rispetto al tempo. La quantità  $\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt}$  può essere dedotta in modo qualitativo dal grafico di figura (1.7); infatti in ogni istante di tempo  $t$  tale quantità coincide con il *coefficiente angolare della retta tangente al grafico di  $\Phi(\mathbf{B})$* . Per esempio in  $t = 0, \frac{T}{2}, T$  le tangenti al grafico di  $\Phi$  sono orizzontali e pertanto i coefficienti angolari delle tre rette tangenti sono nulli, allora in tutti e tre gli istanti di tempo  $f_i = 0$ ; in  $t = \frac{T}{4}$  la pendenza della retta tangente è negativa (forma un angolo ottuso con la direzione positiva dell'asse delle  $t$ ) e assume valore minimo, quindi in  $t = \frac{T}{4}$  la forza elettromotrice indotta è positiva

e massima. In  $t = \frac{3}{4}T$  la pendenza della tangente è positiva (forma un angolo acuto con la direzione positiva dell'asse delle  $t$ ) e assume valore massimo e quindi in tale istante di tempo  $f_i$  è negativa e minima. In termini precisi, il grafico della forza elettromotrice indotta rispetto al tempo è il seguente



**Figura 6:** Grafico della forza elettromotrice indotta  $f_i$  rispetto al tempo.

Infine dalla legge di Ohm si ricava l'espressione dell'intensità di corrente

$$i = \frac{1}{R} B S \omega \sin \omega t \quad (1.8)$$

La corrente così ottenuta si dice *corrente alternata monofase*.

La corrente che arriva nelle nostre case è oggi prodotta mediante un *generatore trifase* che è costituito da tre generatori monofase in modo che la corrente alternata prodotta da ognuno di essi risulti sfasata di  $\frac{1}{3}T$  rispetto a quelle degli altri due. Si utilizzano tre cavi conduttori, uno per ogni generatore, più un quarto cavo conduttore detto “neutro”. Senza addentrarsi nella descrizione di tale sistema e sui motivi che lo rendono preferibile rispetto ad altri, qui ci si limita a ricordare che esso permette di ridurre le inevitabili perdite, dovute all'effetto Joule, di cui bisogna necessariamente tener conto quando si vuole trasportare corrente lungo reti elettriche che si estendono per centinaia di chilometri. La prima linea sperimentale di trasmissione trifase in media tensione fu installata nel 1891 in occasione della mostra internazionale sull'elettricità di Francoforte sul Meno: era lunga 175 Km circa e aveva una tensione di 15 – 25 kV. Il primo elettrodotto commerciale fu invece realizzato nel 1896 dalla società Westinghouse negli Stati Uniti per collegare la centrale installata alle cascate del Niagara con la città di Buffalo (New York), distante 80 Km.

## 1.6 Corrente di spostamento. Equazioni di Maxwell (1861).

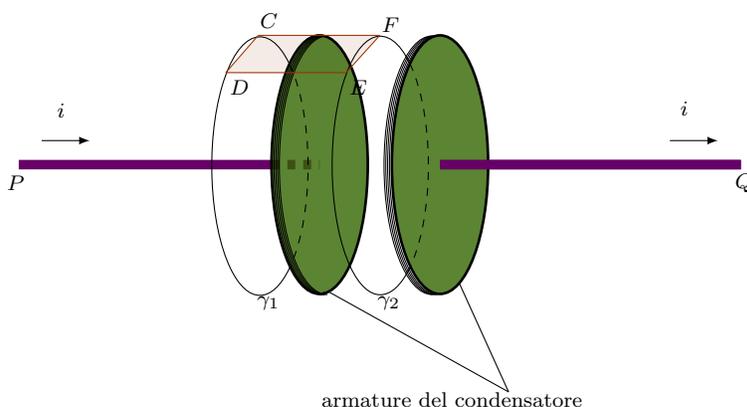
Verso il 1860 il grande fisico scozzese James Clerk Maxwell scoprì che in certi casi la legge di Ampere risultava inadeguata. Tale legge afferma che la circuitazione del campo magnetico lungo un cammino chiuso è proporzionale alla corrente concatenata con il cammino, cioè

$$\int_{\gamma} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 i \quad (1.9)$$

dove  $\gamma$  è un cammino chiuso (orientato), mentre  $i$  (“la corrente concatenata con il cammino”) è la corrente che attraversa una qualsiasi superficie avente per contorno  $\gamma$ . L’uguaglianza (1.9) è valida in regime stazionario (correnti continue) e nel caso di circuiti continui ininterrotti.

*Che cosa succede se la corrente varia nel tempo?*

Si consideri, ad esempio, un condensatore durante la fase di carica; quello schematizzato in figura è costituito da due armature circolari di raggio  $r$ . Per caricare un qualunque condensatore è necessario collegare le estremità dei suoi conduttori, diciamo  $P$  e  $Q$ , a un generatore; allora nei conduttori inizia a fluire corrente, una certa quantità di carica viene rimossa dall’armatura di destra e si deposita su quella di sinistra e dopo un breve intervallo di tempo (quando le armature sono cariche) la corrente cessa di fluire nei conduttori. Si ricordi che durante il tempo di carica del condensatore la corrente  $i$  che fluisce nei suoi conduttori varia nel tempo: è massima all’inizio, quando le armature sono scariche, e va via via diminuendo fino ad annullarsi quando le armature sono completamente cariche.



**Figura 7:**

Ora, sia  $\gamma_1$  è la circonferenza indicata in figura, avente il centro sull’asse del condensatore e raggio uguale a quello delle due armature; per la legge di Ampere

$$\int_{\gamma_1} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 i \quad (1.10)$$

dove la corrente concatenata con  $\gamma_1$  è la corrente  $i$  che attraversa il cerchio delimitato da  $\gamma_1$ . Poichè in ogni punto della circonferenza il campo magnetico ha intensità costante si ha

$$\int_{\gamma_1} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 2\pi r B \quad (1.11)$$

Dalle uguaglianze (1.10) e (1.11) si ricava che, in ogni punto di  $\gamma_1$ , l’intensità del campo magnetico è

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \quad (1.12)$$

Invece, la circuitazione di  $\mathbf{B}$  lungo la circonferenza  $\gamma_2$  (posta tra le due armature, avente anch'essa raggio  $r$  e centro sull'asse del condensatore) vale zero perchè tale circonferenza non è concatenata con la corrente. Da  $\int_{\gamma_2} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 0$  si deduce che  $\mathbf{B} = 0$ , in ogni punto di  $\gamma_2$ .

Si calcoli ora la circuitazione di  $\mathbf{B}$  lungo il rettangolo  $CDEF$ . Tale rettangolo ha i vertici sulle due circonferenze e i lati  $CD = EF = dx$  talmente piccoli da poter considerare costante il campo magnetico in ogni punto dei due segmenti. Poichè il rettangolo non è concatenato con la corrente si ha

$$\int_{\text{rettangolo}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = B_C dx - B_F dx = 0 \quad (1.13)$$

Allora l'intensità di  $B$  nel punto  $F$  è

$$B_F = B_C = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \quad (1.14)$$

e ciò contraddice il fatto che il campo magnetico sia nullo in tutti i punti di  $\gamma_2$ .

Maxwell capì che qualcosa non funzionava nella legge di Ampere, nel senso che essa, come nel caso della fase di carica di un condensatore, non poteva essere utilizzata per spiegare tutte le situazioni possibili. Il ragionamento che portò Maxwell a introdurre nella legge di Ampere il giusto correttivo si può a grandi linee riassumere così: la legge di Faraday-Neumann afferma che un campo magnetico variabile è sempre accompagnato da un campo elettrico indotto e se in essa si sostituisce la forza elettromotrice  $f_i$  con  $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$  si ottiene

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} \quad (1.15)$$

Maxwell ipotizzò allora che così come un campo magnetico variabile produce un campo elettrico (legge di Faraday-Neumann) anche *un campo elettrico variabile deve produrre un campo magnetico*. Deve allora valere una legge analoga a (1.15) dove  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{E}$  hanno ruoli scambiati; egli scoprì che

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi(\mathbf{E})}{dt} \quad (1.16)$$

D'altra parte la legge di Ampere afferma che

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = n \mu_0 i \quad (1.17)$$

Maxwell stabilì allora che l'equazione completa doveva essere

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = n \mu_0 i + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi(\mathbf{E})}{dt} \quad (1.18)$$

e chiamò il termine  $\mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi(\mathbf{E})}{dt}$  *corrente di spostamento*.

Qui di seguito sono riportate le leggi fondamentali dell'elettromagnetismo universalmente note come *le equazioni di Maxwell*. Tali equazioni svolgono nell'elettromagnetismo lo stesso ruolo che le leggi di Newton svolgono nella meccanica classica. In linea di principio tutti i problemi legati a fenomeni elettrici e/o magnetici della fisica classica si possono risolvere usando le equazioni di Maxwell così come tutti i problemi di meccanica classica si possono risolvere utilizzando le leggi di Newton.

1. Legge di Gauss per il campo elettrico. Se  $S$  è una superficie chiusa orientata allora

$$\Phi_S(\mathbf{E}) = \int_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dS = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

Il teorema di Gauss per il campo elettrico afferma che il flusso del campo elettrico attraverso una qualsiasi superficie chiusa orientata è uguale al prodotto di  $\frac{1}{\epsilon_0}$  per la carica totale racchiusa all'interno della superficie. Dal teorema di Gauss è possibile dedurre, come caso particolare la legge di Coulomb.

2. Legge di Gauss per il campo magnetico. Se  $S$  è una superficie chiusa orientata allora

$$\Phi_S(\mathbf{B}) = \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS = 0$$

Questa legge afferma che il flusso del campo magnetico attraverso una qualsiasi superficie chiusa orientata vale zero. Questa equazione traduce il fatto che in un campo magnetico non vi sono "sorgenti" né "pozzi"; cioè in un campo magnetico le linee di campo sono sempre linee chiuse e di conseguenza non esistono poli magnetici isolati.

3. Legge di Faraday-Neumann-Lenz.

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt}$$

La legge afferma che la circuitazione del campo elettrico lungo un cammino  $\gamma$  chiuso e orientato (cioè la forza elettromotrice) è uguale alla velocità di variazione (presa col segno meno) del flusso magnetico attraverso una qualsiasi superficie  $S$  avente come contorno il cammino chiuso  $\gamma$ .

4. Legge di Ampere generalizzata.

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = n \mu_0 i + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi(\mathbf{E})}{dt}$$

La legge afferma che la circuitazione del campo magnetico è uguale al prodotto di  $\mu_0$  per la corrente concatenata più il prodotto di  $\mu_0 \epsilon_0$  per la velocità di variazione del flusso elettrico concatenato con il cammino chiuso.

## 2 Onde elettromagnetiche

Al tempo di Maxwell nessuno immaginava che la costante dielettrica  $\epsilon_0$  e la costante di permeabilità magnetica  $\mu_0$  (entrambe relative al vuoto) fossero in relazione con la velocità  $c$  della luce. Egli scoprì che la relazione tra queste tre grandezze è espressa dalla seguente uguaglianza

$$c = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (2.1)$$

Maxwell, partendo dalle equazioni che portano il suo nome, dimostrò i seguenti fatti

- Una corrente variabile irradia onde elettromagnetiche la cui velocità è  $v = c$ , cioè pari a quella della luce.
- In un'onda elettromagnetica il campo elettrico  $\mathbf{E}$  e il campo magnetico  $\mathbf{B}$  hanno stessa intensità, sono perpendicolari tra loro e allo stesso tempo sono entrambi perpendicolari alla direzione di propagazione dell'onda elettromagnetica
- La luce può essere interpretata come campi elettrici e magnetici ad alta frequenza.

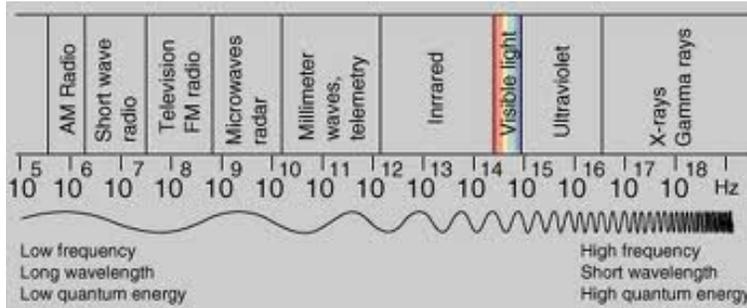
La prima verifica sperimentale della teoria di Maxwell sulla luce fu realizzata da Hertz nel 1888. Solo qualche anno dopo Marconi riuscì a trasmettere onde elettromagnetiche da una parte all'altra dell'Oceano Atlantico.

### Spettro elettromagnetico.

Le onde elettromagnetiche sono classificate in base alla loro frequenza. Onde di diversa frequenza sono in genere prodotte da sorgenti diverse e hanno proprietà molto diverse tra loro. Esse si suddividono in ( $\nu$  indica la frequenza e  $\lambda$  l'ampiezza)

1. Onde radio.  $1 \cdot 10^2 \text{ Hz} < \nu < 10^9 \text{ Hz}$ . La loro lunghezza d'onda varia tra alcuni chilometri e qualche centimetro. Sono utilizzate principalmente nelle telecomunicazioni radio e TV.
2. Microonde.  $10^9 \text{ Hz} < \nu < 10^{11} \text{ Hz}$ .
3. Radiazione infrarossa.  $5 \cdot 10^{11} \text{ Hz} < \nu < 4 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ . La radiazione infrarossa viene spontaneamente emessa dai corpi caldi.
4. Radiazione visibile (luce).  $4 \cdot 10^{14} \text{ Hz} < \nu < 8 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ . La luce viene emessa dalle cariche di atomi e molecole in movimento per agitazione termica a temperature molto elevate (alcune migliaia di gradi). Lo spettro di radiazione emesso dal sole, la cui temperatura superficiale è circa 6000 gradi, va dall'infrarosso all'ultravioletto.
5. Radiazione ultravioletta.  $8 \cdot 10^{14} \text{ Hz} < \nu < 3 \cdot 10^{17} \text{ Hz}$ . Viene prodotta, ad esempio, quando un gas è sottoposto a una scarica elettrica. La radiazione ultravioletta prodotta dal sole viene in buona parte assorbita nella parte alta dell'atmosfera (a un'altezza superiore a 80 chilometri) che così si ionizza (ionosfera).

6. Raggi  $X$ .  $3 \cdot 10^{17} \text{ Hz} < \nu < 5 \cdot 10^{19} \text{ Hz}$ . Vengono emessi, ad esempio, quando un fascio accelerato di elettroni colpisce un materiale solido: il brusco rallentamento degli elettroni provoca una radiazione elettromagnetica costituita soprattutto di raggi  $X$ .
7. Raggi  $\gamma$ .  $\nu > 10^{18} \text{ Hz}$ . La loro emissione è associata a molti processi nucleari quali, ad esempio, i decadimenti radioattivi.



**Figura 8:** Spettro elettromagnetico.

Per ulteriori approfondimenti degli argomenti affrontati in queste note si consigliano i seguenti libri di testo

1. Corrado Mencuccini, Vittorio Silvestrini, *Fisica II. Elettromagnetismo e ottica.*, Liguori editore, 1988.
2. Richard P. Feynman, Robert B. Leighton, Matthew Sand, *Lectures on physics.* Addison-Wesley Publishing Company, 1964.
3. Piero Caldirola, Marcello Fontanesi, Elio Sindoni, *Elettromagnetismo.* Parte seconda. Tamburini Masson Editori, Milano 1976.
4. Paul A. Tipler, *Corso di Fisica. Elettricità. Magnetismo. Ottica.* Zanichelli editore 1995.
5. David Hallyday, Robert Resnick, Jearl Walker, *Fondamenti di fisica. Elettromagnetismo.* Terza edizione, Zanichelli editore, 2009

---

Dalla rete

1. Il fisico Sheldon Lee Glashow, premio Nobel per la fisica nel 1979, presenta una breve storia dell'elettromagnetismo (80 minuti circa). Lo scopo è quello di raccontare a un pubblico di non esperti le più importanti scoperte di elettricità, di magnetismo e le loro profonde connessioni.  
[www.youtube.com/watch?v=u3F8VzEgLTs](http://www.youtube.com/watch?v=u3F8VzEgLTs)
2. Nel sito del MIT (Massachusetts Institute of Technology) è disponibile molto materiale di qualità (appunti e video). In particolare si segnala (ma non è l'unico) il corso del Prof. Walter Lewin: *Physics II: Electricity and Magnetism*  
<http://ocw.mit.edu/courses/physics/8-02sc-physics-ii-electricity-and-magnetism-fall-2010/>
3. Nella sezione "materiali gratuiti" del sito di Geogebra  
[www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)  
sono disponibili molte figure dinamiche che descrivono esperimenti virtuali e altre che aiutano a capire concetti chiave della teoria dell'elettromagnetismo.
4. Iper testi sull'elettromagnetismo, abbastanza curati, si possono trovare nel sito  
[www.openfisica.com/fisica\\_ipertesto/magnetismo/](http://www.openfisica.com/fisica_ipertesto/magnetismo/)
5. Museo virtuale di Fisica del liceo Foscarini (Venezia):  
[museo.liceofoscarini.it/virtuale/escamagn.html?](http://museo.liceofoscarini.it/virtuale/escamagn.html?)
6. Origine del campo magnetico: teorema di Ampere e di Gauss.  
[www.ba.infn.it/depalma/lezioni/ampere\\_gauss.pdf?](http://www.ba.infn.it/depalma/lezioni/ampere_gauss.pdf?)

7. Video dei costruttori del treno a levitazione magnetica di Shanghai

<http://www.youtube.com/watch?v=weWmTldrOyo>

8. Il treno più veloce del mondo: JR-Maglev, 581 km/h;

<http://www.youtube.com/watch?v=VuSrLvCVoVk&feature=related>

9. Una bella biografia di Niels Bohr:

[www.youtube.com/watch?v=-QDn6wkiFTs](http://www.youtube.com/watch?v=-QDn6wkiFTs)

Nella stesura di queste note mi sono stati molto utili gli appunti del Prof. *Fausto Gelmini* che qui colgo l'occasione di ringraziare; i suoi scritti, che coniugano chiarezza e sintesi, mi hanno aiutato a comprendere concetti e argomenti di un mondo a me non così familiare. Ovviamente, eventuali errori contenuti in queste note sono solo ed esclusivamente imputabili al sottoscritto.