

# Galileo

Mauro Saita

e-mail: maurosaita@tiscalinet.it

Versione provvisoria, febbraio 2015.

## Indice

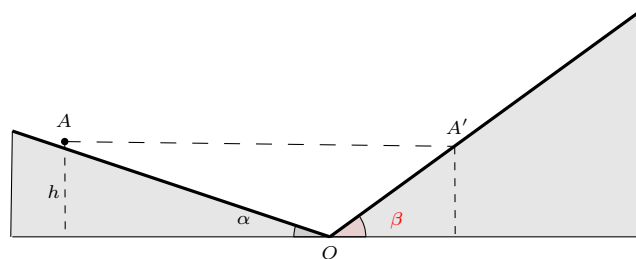
<b>1 Galileo e la legge d'inerzia</b>	<b>1</b>
1.1 Principio di relatività galileiana . . . . .	3

Per approfondimenti vedere *George Pólya, Mathematical Methods in Science, Ed. Mathematical Association of America, 1977.*

## 1 Galileo e la legge d'inerzia

Si consideri il seguente

**Problema 1.1.** *Un corpo si trova nel punto  $A$  ad altezza  $h$  rispetto al piano di terra. Esso inizia a scendere lungo il piano inclinato, giunge al suolo nel punto  $O$  e risale lungo un secondo piano inclinato riducendo progressivamente la sua velocità. In assenza di attriti, qual è l'altezza raggiunta dall'oggetto nell'istante in cui si ferma?*



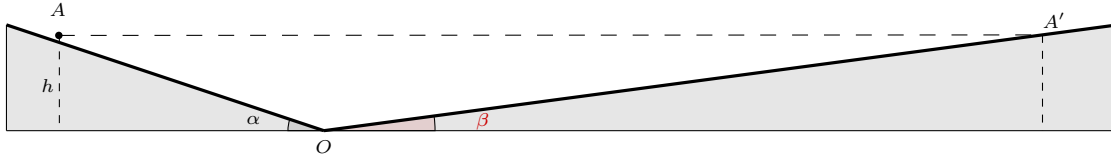
**Figura 1:** I piani inclinati formano angoli rispetto all'orizzontale diversi tra loro. L'esperimento descritto è un esperimento ideale, per renderlo reale bisognerebbe eliminare gli attriti e lo spigolo in  $O$ .

Galileo sapeva che l'oggetto avrebbe raggiunto il suolo (in  $O$ ) con velocità  $v_0 = \sqrt{2gh}$  e che sarebbe risalito lungo il secondo piano inclinato fino a raggiungere il punto  $A'$  posto anch'esso ad altezza  $h$  rispetto al piano di terra. Ovviamente, dopo un certo intervallo di tempo il corpo ritorna in  $A$  e dopo lo stesso intervallo di tempo è di nuovo in  $A'$  e così via. In altre parole il corpo continua ad oscillare tra il punto  $A$  a  $A'$ : si tratta pertanto di un *moto perpetuo* (la dimostrazione del fatto che l'oggetto risale lungo il secondo piano inclinato fino a raggiungere la quota  $h$  è lasciata per esercizio).

Si supponga ora di diminuire l'inclinazione del secondo piano inclinato. *Se l'angolo  $\beta$  è molto piccolo come varia la velocità del corpo dopo che ha raggiunto il punto  $O$ ?*

---

<sup>0</sup>Nome file: 'legge\_di\_inerzia\_2015.tex'



**Figura 2:** In questo caso l'angolo  $\beta$  è molto piccolo.

Il corpo, giunge in  $O$  con velocità  $v_0 = \sqrt{2gh}$  e perde velocità molto lentamente; di conseguenza trascorre molto tempo (e percorre molti chilometri) prima che esso raggiunga di nuovo la quota  $h$ . Questo fatto si può dedurre dalle leggi del moto di Galileo nel modo seguente: quando il corpo si muove lungo il secondo piano inclinato la sua legge della velocità è

$$v = v_0 - g(\sin \beta)t \quad (1.1)$$

Per determinare dopo quanto tempo il corpo si fermerà (ovvero dopo quanto tempo raggiungerà la quota  $h$ ) basta porre  $v = 0$  in (1.1) e ricavare  $t$

$$t = \frac{v_0}{g \sin \beta} \quad (1.2)$$

Poichè  $\beta \approx 0$  anche  $\sin \beta \approx 0$  e di conseguenza il tempo  $t$  è un numero molto grande (e molto grande sarà lo spazio percorso).

Infine un'ultima domanda: *qual è la velocità del corpo quando il secondo piano inclinato è orizzontale, cioè quando  $\beta$  è nullo?*



**Figura 3:** Il corpo, inizialmente in  $A$ , scende lungo il piano inclinato e prosegue il suo moto lungo il piano orizzontale.

Il corpo giunge in  $O$  ancora una volta con velocità  $v_0 = \sqrt{2gh}$  e prosegue il suo moto *senza* diminuire la sua velocità. Infatti da (1.1)

$$v_0 - v = g(\sin \beta)t \quad (1.3)$$

Ora, se  $\beta \rightarrow 0$  anche  $\sin \beta \rightarrow 0$  e quindi  $v_0 - v \rightarrow 0$ . Non essendoci variazione di velocità il corpo si muove di moto rettilineo con velocità costante. Gli esperimenti e le considerazioni teoriche descritte sopra permisero a Galileo di formulare il seguente principio

**Principio d'inerzia.** *Un corpo persevera nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme finchè non interviene una forza esterna a modificarne il suo stato di moto.*

## 1.1 Principio di relatività galileiana

G. Galilei, *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*. Giornata seconda.

*Riserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animalletti volanti; siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi de' pescetti; suspendasi anco in alto qualche secchiello, che a goccia a goccia vadia versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto a basso: e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animalletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza; i pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi; le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto; e voi, gettando all'amico alcuna cosa, non più gagliardamente la dovrete gettare verso quella parte che verso questa, quando le lontananze sieno eguali; e saltando voi, come si dice, a piè giunti, eguali spazii passerete verso tutte le parti. Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benché niun dubbio ci sia che mentre il vassello sta fermo non debbano succeder così, fate muover la nave con quanta si voglia velocità; ché (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, nè da alcuno di quelli potrete comprender se la nave cammina o pure sta ferma: voi saltando passerete nel tavolato i medesimi spazii che prima, nè, perché la nave si muova velocissimamente, farete maggior salti verso la poppa che verso la prua, benchè, nel tempo che voi state in aria, il tavolato sottopostovi scorra verso la parte contraria al vostro salto; e gettando alcuna cosa al compagno, non con più forza bisognerà tirarla, per arrivarlo, se egli sarà verso la prua e voi verso la poppa, che se voi fuste situati per l'opposito; le goccioline cadranno come prima nel vaso inferiore, senza caderne pur una verso poppa, benchè, mentre la gocciola è per aria, la nave scorra molti palmi; i pesci nella loro acqua non con più fatica noteranno verso la precedente che verso la susseguente parte del vaso, ma con pari agevolezza verranno al cibo posto su qualsivoglia luogo dell'orlo del vaso; e finalmente le farfalle e le mosche continueranno i lor voli indifferentemente verso tutte le parti, nè mai accaderà che si riduchino verso la parte che riguarda la poppa, quasi che fussero stracche in tener dietro al veloce corso della nave, dalla quale per lungo tempo, trattenendosi per aria, saranno state separate; e se abbruciando alcuna lagrima d'incenso si farà un poco di fumo, vedrassi ascender in alto ed a guisa di nuvoletta trattenervisi, e indifferentemente muoversi non più verso questa che quella parte. E di tutta questa corrispondenza d'effetti ne è cagione l'esser il moto della nave comune a tutte le cose contenute in essa ed all'aria ancora, che per ciò dissi io che si stesse sotto coverta; ché quando si stesse di sopra e nell'aria aperta e non seguace del corso della nave, differenze più e men notabili si vedrebbero in alcuni de' gli effetti nominati: e non è dubbio che il fumo resterebbe in dietro, quanto l'aria stessa; le mosche parimente e le farfalle, impedita dall'aria, non potrebbero seguir il moto della nave, quando da essa per spazio assai notevole si separassero; ma trattenendovisi vicine, perchè la nave stessa, come di fabbrica anfrattuosa, porta seco parte dell'aria sua prossima, senza intoppo o fatica seguirebbon la nave, e per simil cagione veggiamo tal volta, nel correr la posta, le mosche importune e i tafani seguir i cavalli, volandogli ora in questa ed ora in quella parte del corpo; ma nelle goccioline cadenti pochissima sarebbe la differenza, e ne i salti e ne i proietti gravi, del tutto impercettibile.*

Si consideri la seguente situazione: un oggetto è stato posto sul sedile di un treno che sta viaggiando con velocità uniforme.

*Qual è il moto dell'oggetto?*

Ovviamente le risposte possibili sono molte: se si osserva l'oggetto da un sistema di riferimento che è solidale con il treno si dirà che esso è in quiete, se il sistema di riferimento è solidale con i binari del treno si affermerà che l'oggetto si muove di moto rettilineo uniforme (la velocità dell'oggetto coincide con quella del treno), se invece il sistema di riferimento è solidale con il sole il moto dell'oggetto sarà dato dalla composizione di tre moti indipendenti: il moto del treno, il moto di rivoluzione della terra attorno al sole e il moto di rotazione della terra attorno al proprio asse.

Quindi, *se si vuole descrivere il moto di un oggetto bisogna anzitutto scegliere un osservatore; occorre cioè dichiarare preventivamente rispetto a quale 'sistema di riferimento' si riferisce il moto.*

Lo stato di quiete o lo stato di moto di un oggetto è sempre relativo a un ben determinato sistema di riferimento, diciamo  $\mathcal{S}$ . Solo dopo aver fissato  $\mathcal{S}$  è possibile individuare la "posizione" dell'oggetto nello spazio e poi studiare come tale posizione varia nel tempo.

A questo punto è lecito porsi la seguente domanda: tra tutti i sistemi di riferimento ne esiste uno che, a buon titolo, sia da considerarsi privilegiato rispetto agli altri? In altre parole, esiste un sistema di riferimento *naturale* rispetto al quale compiere le nostre analisi?

La risposta a questa domanda è contenuta nel principio d'inerzia che può essere formulato nel seguente modo:

*se la risultante delle forze esterne agenti su un oggetto è zero allora esistono sistemi di riferimento rispetto ai quali l'oggetto appare in quiete o si muove di moto rettilineo uniforme.*

I sistemi di riferimento rispetto ai quali risulta valido il principio d'inerzia si chiamano *sistemi inerziali*. Il principio d'inerzia stabilisce dunque l'esistenza di infiniti sistemi di riferimento inerziali<sup>1</sup> (tutti quelli che escludono moti non uniformi senza una causa esterna).

Le leggi del moto dei corpi sono le stesse in qualunque sistema di riferimento inerziale. L'impossibilità di distinguere un sistema di riferimento inerziale da un altro mediante un esperimento costituisce l'essenza del *principio di relatività galileiana*. Esso rappresenta una delle più importanti leggi della fisica.

---

<sup>1</sup>Se  $\mathcal{S}$  è un sistema di riferimento inerziale allora ogni altro sistema di riferimento  $\mathcal{S}'$  che si muova rispetto a  $\mathcal{S}$  di moto rettilineo uniforme è anch'esso un sistema di riferimento inerziale.