

**Analisi e Geometria 1**  
**Esercitazione del 4 novembre 2021**  
**Preparazione alla prima prova parziale**  
**Prova generale**

*Rispondere a ciascun quesito scegliendo una (e una sola) tra le risposte a disposizione. Motivare la propria scelta.*

**1.** Sia  $(0, +\infty) \xrightarrow{f} \mathbb{R}$  una qualunque funzione iniettiva. Allora:

- (a)  $f$  non è suriettiva.
- (b) l'immagine di  $f$  non è limitata.
- (c)  $e^f : (0, +\infty) \xrightarrow{f} \mathbb{R}, x \rightarrow e^{f(x)}$ , è iniettiva.
- (d)  $f(x) \rightarrow +\infty$  per  $x \rightarrow +\infty$ .
- (e) Le altre affermazioni non sono corrette.

**2.** Poniamo  $I = [0, 1]$  e sia  $I \xrightarrow{f} \mathbb{R}$  una qualunque funzione continua. Allora:

- (a)  $(\exists x_0 \in I) (\forall x \in I) f(x_0) \leq f(x)$
- (b) l'immagine di  $f$  non è limitata.
- (c) Esiste un  $c \in (0, 1)$  tale che  $f$  è derivabile in  $c$  e  $f'(c) = 0$ .
- (d) Le altre affermazioni non sono corrette.
- (e)  $\exists c \in I \quad f(c) = 0$

**3.** Siano  $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$  e  $\mathbb{R} \xrightarrow{g} \mathbb{R}$  due funzioni qualunque, soddisfacenti:

$$\text{per } x \rightarrow +\infty \quad f(x) \rightarrow +\infty, \quad g(x) \rightarrow +\infty$$

Allora:

- (a)  $f(x) \sim g(x)$ , per  $x \rightarrow +\infty$ .
- (b)  $(f(x) - g(x)) \rightarrow 0$ , per  $x \rightarrow +\infty$

- (c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$  esiste finito.
- (d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$  non esiste.
- (e) Nessuna delle altre affermazioni è corretta.

4. Poniamo  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \frac{x}{x + \sin x} \quad x \neq 0$$

- (a)  $f(x)$  ammette asintoto  $y = x$  a  $+\infty$ .
- (b)  $f$  è dispari ed esiste un'estensione continua di  $f$  a  $\mathbb{R}$ .
- (c) Nessuna delle altre affermazioni è corretta.
- (d)  $f$  non ha asintoti orizzontali.
- (e)  $f$  è pari ed esiste un'estensione continua di  $f$  a  $\mathbb{R}$ .

5.

Il valore di:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{(x^2)} - \cos x}{\log_e(1 + x^2)}$  è

- (a) 1
- (b)  $\frac{3}{2}$
- (c) 3
- (d) 0
- (e) Le altre risposte sono sbagliate.

6. Sia  $S$  l'insieme delle soluzioni complesse dell'equazione  $z^6 = e^{i\frac{\pi}{2}}$

- (a) Se  $w \in S$ , anche il coniugato di  $w$  sta in  $S$ .
- (b)  $S$  contiene infiniti numeri complessi.
- (c) Nessuna delle altre affermazioni è corretta.

- (d) Se  $w \in S$ , allora  $e^{i\frac{\pi}{6}}w$  appartiene a  $S$ .  
(e)  $S$  contiene  $e^{i\frac{\pi}{4}}$ .

7.  $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{21}$

- (a) Nessuna delle altre risposte è corretta.  
(b)  $-1$   
(c)  $i$   
(d)  $1$   
(e)  $* -i$

8. Poniamo  $f(x) = \arctan(x)$ ,  $g(y) = \sqrt[3]{y}$ . La derivata di  $(g \circ f)(x)$  è:

- (a)  $\frac{1}{3\sqrt[3]{(\arctan x)^2}} \frac{1}{1+x^2}$   
(b)  $\frac{1}{3\sqrt[3]{(\arctan x)^2}}$   
(c)  $\sqrt[3]{\frac{1}{1+x^2}}$   
(d) nessuna delle altre risposte è corretta.

9. Sia  $f$  una funzione tale che  $f(0) = f'(0) = 0$ ,  $f''(0) = 6$ . Allora

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{-1 + \sqrt{1 - x^2}}$$

- (a) non esiste  
(b)  $-6$   
(c)  $3$   
(d)  $0$

(e) Le altre risposte non sono corrette.

**10.** La funzione  $f : (-\infty, 1) \cup (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{xe^{-x}}{x-1}$

(a) è strettamente decrescente sul suo dominio.

(b) è iniettiva

(c) ha un asintoto obliquo a  $-\infty$

(d) ha un'estensione continua a tutto  $\mathbb{R}$ .

(a) non è strettamente monotona sul suo dominio.